

## DER PHYSIK UND CHEMIE.

## NEUE FOLGE BAND VI.

I. *Ueber den Einfluss der Intensität des Schalles  
auf seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit;  
von Heinrich Kayser.*

## § 1. Einleitung.

Bei einer frühern Arbeit<sup>1)</sup> hatte ich mir die Aufgabe gestellt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles dadurch zu bestimmen, dass ich die Schwingungszahl und die dazu gehörige Wellenlänge eines Tons mittelst der Kundt'schen Staubfiguren mass; ich erhielt dabei ein Resultat, welches, im Gegensatz zu der grossen Arbeit Regnault's<sup>2)</sup>, für die Schallgeschwindigkeit im freien Raume

$$a = 332,5 \text{ m}$$

ergab, welche Zahl mit den meisten frühern Versuchen, namentlich mit denen von Moll und v. Beek, gut übereinstimmt.

Aber noch in einer andern Beziehung wichen meine Beobachtungen von denen Regnault's ab: ich hatte nämlich keinen Einfluss der Intensität eines Tons auf seine Geschwindigkeit bemerken können, während es sich bei Regnault ergab, dass am Anfange der Röhrenleitungen, in denen er experimentirte, die Geschwindigkeit bedeutend grösser war als am Ende derselben, wo gleichzeitig die Intensität erheblich abgenommen hatte; die Differenzen zwischen den Werthen der Schallgeschwindigkeit, die aus den am Anfange und den am Ende der Röhren

1) Wied. Ann. II. p. 218, 1877.

2) Mém. de l'acad. des sciences, Tome XXXVII.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. VI.

gefundenen Zahlen berechnet wurden, betrugen bis über fünf Meter. Regnault schloss daraus, dass die Schallwellen lebendige Kraft an die Wände abgeben, dass dadurch die Intensität verringert wird, und dass mit der Intensität allgemein auch die Geschwindigkeit abnehme.

Dies experimentelle Ergebniss über einen Einfluss der Intensität widerspricht den Folgerungen, die man aus der theoretischen Behandlung der Schwingungen mit unendlich kleinen Amplituden zieht. Regnault gab daher in der Einleitung zu seiner Arbeit eine Formel, in welcher die Druckänderung beim Tönen, die er als Maass der Intensität betrachtet, nach aufsteigenden Potenzen geordnet vorkommt; vernachlässigt man diese Druckänderung, so hat man die übliche Formel zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit; berücksichtigt man dagegen auch noch die höheren Potenzen, so erhält man bei einigermaßen bedeutenden Druckänderungen auch erhebliche Aenderungen der Schallgeschwindigkeit.

Dieselbe Formel hatte früher schon Schröder van der Kolk<sup>1)</sup> aufgestellt. Ich werde später ausführlicher auf sie zurückkommen.

Einen Einfluss der Intensität experimentell nachzuweisen, ist ziemlich schwierig, zum Theil deshalb, weil man kein Maass für die Intensität hat und sich auf qualitative Vergleiche durch das Gehör beschränken muss. Versuche, die über die Frage gemacht worden sind, habe ich in meiner frühern Arbeit angegeben; sie schienen gegen einen Einfluss der Intensität zu sprechen, waren aber immerhin nicht entscheidend.

Ich hatte mir daher vorgenommen, zu versuchen, ob nicht auf irgend eine Weise die Frage zum Austrag gebracht werden könnte. Die ersten Versuche, die ich zu dem Zwecke anstellte, verliefen resultatlos; ich will sie trotzdem kurz angeben, da es ja stets von Interesse ist, zu wissen, wie etwas nicht gemacht werden kann, und

---

1) Pogg. Ann. CXXIV. p. 456. 1865.

wenn allgemein misslungene Versuche mit dem Grunde des Misslingens von den Autoren physikalischer Arbeiten angegeben würden, so manche vergebliche Arbeit erspart würde.

## § 2. Misslungene Versuche.

Grundbedingung für die Versuche war, eine Tonquelle zu benutzen, bei welcher man

- 1) die Intensität variiren konnte, und
- 2) irgend ein Maass zur Vergleichung der vorhandenen Intensitäten hatte.

Ein solches gewährt zum Beispiel für tönende feste Körper die Amplitude, deren Quadrat die Intensität proportional ist, oder für Pfeifen der Druck im Balge, mit dem sie angeblasen werden.

Zur Bestimmung der Wellenlängen wollte ich womöglich die Methode der Kundt'schen Staubfiguren verwenden, da ich mich früher davon überzeugt hatte, dass man mit ihrer Hülfe die Wellenlänge bis auf 0,01 mm mit vollkommener Sicherheit bestimmen kann. Dabei ist aber die Voraussetzung gemacht, dass der Ton nicht zu tief ist, die Wellenlänge also nicht zu gross, nicht über 0,2 m lang wird, in welchem Falle allein die Knotenpunkte sich scharf markiren und somit eine genaue Messung zulassen.

Daher musste ich bei Verwendung der Staubfiguren auf die eigentlich bequemste Tonquelle, die electricisch erregten Stimmgabeln verzichten, nachdem ich mich überzeugt hatte, dass es unmöglich ist, solche Stimmgabeln von etwa 1700 Schwingungen zu so kräftigem Tönen zu bringen, dass man die Amplitude noch einigermaßen variiren könnte.

Ich versuchte es nun mit tönenden Luftmassen, und zwar mit der Sirene; mit ihrem Windkasten verband ich durch einen kurzen Schlauch die Kundt'sche Wellenröhre. Die benutzte Sirene hatte nicht schief, sondern senkrecht zur Scheibe gebohrte Löcher, sodass sie nicht durch die austretende Luft selbst in Bewegung gesetzt wird, sondern

durch eine Maschine gedreht werden muss; dazu diente die von Helmholtz angegebene electromagnetische Rotationsmaschine, die in Verbindung mit dem electrischen Centrifugal-Regulator und einem Schwungrade recht constante Rotationen gibt und die Rotationsgeschwindigkeit zu ändern gestattet.

Als Maass für die Intensität sollte die Belastung des Blasebalgs dienen, mit welchem die Sirene angeblasen wurde. Aber auch diese Methode erwies sich als unbrauchbar, weil die Rotationsgeschwindigkeit der Sirene sich als abhängig von diesem Drucke zeigte, und sich also bei jedem Tritt auf den Blasebalg Tonveränderungen merklich machten, die sich bei der grossen zu bewegendem Masse — Sirene, Schwungrad, Regulator, Maschine — nur langsam wieder ausglich, sodass ein beständiger Wechsel der Tonhöhe bei grossem Luftdrucke eintrat.

Während so die beiden ersten Methoden erfolglos geblieben, führte die dritte, zu deren Beschreibung ich mich nun wende, zum Ziele.

### § 3. Methode.

Ich gab nun die Benutzung der Staubfiguren auf und verwandte statt ihrer zur Bestimmung der Wellenlänge auf den Rath von Herrn Geheimrath Helmholtz die Phasen der Schwingung.

Hat man in einem Rohre stehende Schwingungen, so findet sich an jedem Orte ein bestimmter Schwingungszustand, der sich nach je einer halben Wellenlänge im Rohre wieder findet, unabhängig von der Zeit. Wenn man nun in einem Rohre an zwei Stellen den gleichen Zustand hat, so ist der dazwischen liegende Theil gleich einem Vielfachen der halben Wellenlänge, die man somit bestimmen kann. Um den Zustand der betreffenden Stelle sichtbar zu machen, bringt man an ihr irgend ein Fäserchen oder Blättchen an, welches die Schwingungen der Luft mitmacht; betrachtet man dann zum Beispiel einen leuchtenden Punkt an diesem Fäserchen durch ein isochron



schwingendes Vibrationsmikroskop, so erhält man in der gesehenen Figur eine Combination der beiden Schwingungen, des Fäserchens und des Mikroskops, mit ihren Phasen, und bei einer ganz geringen Aenderung der einen Phase erhält man bedeutende Aenderungen der Figur. Verschiebe man nun das Fäserchen in der Röhre, bis man durch das Mikroskop wieder die frühere Figur sieht, so betrüge die Verschiebung eine halbe Wellenlänge.

Um letztere zu bestimmen, kann man auch anders verfahren: das Fäserchen befinde sich am offenen Ende einer Röhre, deren anderes Ende durch einen verschiebbaren Stempel abgeschlossen ist; erregt man stehende Schwingungen in der Röhre und verschiebt den Stempel, so wird man stets wieder die gleiche Schwingungsfigur erhalten, so oft der Stempel um eine halbe Wellenlänge verschoben ist. Verschiebt man daher den Stempel aus seiner Anfangslage, bis man wieder die gleiche Figur sieht, so hat man in der Grösse der Verschiebung die halbe Wellenlänge.

Es war dies die Methode, die ich anwandte; die stehenden Wellen in der Röhre erhielt ich dadurch, dass ich sie als Resonator benutzte: vor ihr offenes Ende wurde eine electrisch erregte Stimmgabel gehalten, und der Stempel jedesmal so eingestellt, dass das Maximum der Resonanz vorhanden war; dann befand sich das Fäserchen in einem Bauche, der Stempel in einem Knoten der Bewegung.

#### § 4. Beschreibung des Apparats.

Die definitive Anordnung meines Apparats war die folgende<sup>1)</sup> (Taf. V Fig. 6):

Ein unten geschlossenes, oben offenes Glasrohr *A*, mit einem lichten Durchmesser von 66 mm, einer Länge von etwa 1 m, stand senkrecht auf dem Boden. An seinem

1) In der Figur sind von den langen Theilen des Apparats nur die oberen und unteren Stücke gezeichnet, um die Figur zu verkürzen.

untern Ende waren seitlich ein dünnes Glasröhrchen *L* und ein weiteres Rohr *N* angeschmolzen. Am obern Theile war *A* noch durchbohrt, um ein Thermometer *K* in sein Inneres einführen zu können.

*L* war durch einen Schlauch mit dem engen Röhrchen *M*, *N* durch einen Schlauch und das Heberrohr *Q* mit dem Gefässe *P* verbunden. Ich benutzte nämlich als verschiebbaren Stempel Wasser; *A*, *P* und *M* bildten zusammen ein mehrschenkliges Gefäss; je nachdem man *P* hoch oder niedrig setzt, strömt durch den Heber Wasser aus *P* nach *A* und *M*, oder umgekehrt, bis das Niveau in den drei Gefässen dasselbe ist. Die Grösse von *P*, und die beiden Stellen *R* und *S*, in deren Höhe das Gefäss *P* hingesezt werden konnte, waren so gewählt, dass der Wasserspiegel in *A* sich für beide Stellungen ziemlich genau in zwei benachbarten Knotenpunkten einstellte. Die genauere Regulirung wurde mittelst des Röhrchens *M* erreicht, welches sich an einem Stative verschieben liess. Hebt man *M*, so steigt das Wasser in *A* und *P*; aber diese Steigung verhält sich zur Hebung von *M*, wie der Querschnitt von *M* zur Summe der Querschnitte von *A* und *P*. Bei mir war dies Verhältniss ein solches, dass einer Verschiebung des Röhrchens um 180 mm eine Aenderung des Wasserspiegels um 1 mm entsprach, sodass ich also eine Aenderung desselben um 0,05 mm bequem herstellen konnte.

Das Glasrohr *A* war oben durch eine Messingplatte *B* geschlossen, in welche ein kreisförmiges Loch von 25 mm Durchmesser geschnitten war. An der Platte, in das Loch hineinragend, befand sich das Körperchen *F*, welches die Luftschwingungen mitmachen, und dadurch die Phase der betreffenden Stelle zeigen sollte. Die Auffindung eines passenden Materials für dieses Körperchen hat mir viel Mühe gemacht: verschiedene Haare, Federn, Papiere, Zeuge, Bleche, Glasfäden und Membranen aus Kautschuk, Guttapercha und Glas wurden durchprobiert, bis ich endlich in dünnen Glimmerblättchen das richtige Material fand.

Aus solchen Blättchen wurde eine keilförmige Zunge ausgeschnitten und mit ihrem breiten Ende an der Metallplatte angeklebt.

Soll indessen ein solches Blättchen in lebhaftes Mitschwingen gerathen, so muss es auf den Ton abgestimmt sein, den die Röhre gibt; um es stimmen zu können, befand sich auf der Platte *B* ein um den Punkt *G* drehbares Stäbchen, welches auf das Blättchen drückte und den freien Theil desselben zu verkürzen gestattete; eine Einrichtung, ähnlich der bei Zungenpfeifen verwandten.

Endlich war noch an der Platte *B* eine kleine, feingetheilte Scala *H* vertical befestigt, dicht vor der Spitze des schwingenden Blättchens, und bestimmt, dessen Amplitude zu messen.

Dicht über der Oeffnung der Röhre befanden sich die Zinken einer electromagnetisch erregten, horizontal befestigten Stimmgabel *D*. Nachdem ich anfangs diese Stimmgabel nur zur Erzeugung der stehenden Schwingungen im Rohre benutzt und das Fäserchen durch ein Vibrationsmikroskop, oder vielmehr Vibrationsfernrohr beobachtet hatte, liess ich letzteres später fort und benutzte die Stimmgabel selbst, um durch Combination ihrer Schwingungen mit denen des Glimmerblättchens Lissajous'sche Figuren zu erhalten. Dazu war an der einen Zinke horizontal ein Holzstäbchen, daran vertical ein platter Glasfaden *E* angekittet, welcher dicht hinter dem Blättchen *F* schwang. Durch eine entfernte Flamme und einen kleinen Hohlspiegel wurde der Kreuzungspunkt von *E* und *F* von hinten beleuchtet, und man sah beim Schwingen beider auf grauem Felde eine leuchtende Curve durch den Schnittpunkt beider beschrieben.

Die Stimmgabel wurde durch eine zweite selbstthätige von der gleichen Schwingungszahl in Bewegung gesetzt, indem derselbe Strom die Electromagnete beider Gabeln durchlief.

Es hat mir ausserordentlich viel Zeit gekostet, bis ich die Stimmgabeln in Gang setzen konnte. Die Unter-

untern Ende waren seitlich ein dünnes Glasröhrchen *L* und ein weiteres Rohr *N* angeschmolzen. Am obern Theile war *A* noch durchbohrt, um ein Thermometer *K* in sein Inneres einführen zu können.

*L* war durch einen Schlauch mit dem engen Röhrchen *M*, *N* durch einen Schlauch und das Heberrohr *Q* mit dem Gefässe *P* verbunden. Ich benutzte nämlich als verschiebbaren Stempel Wasser; *A*, *P* und *M* bilden zusammen ein mehrschenkliges Gefäss; je nachdem man *P* hoch oder niedrig setzt, strömt durch den Heber Wasser aus *P* nach *A* und *M*, oder umgekehrt, bis das Niveau in den drei Gefässen dasselbe ist. Die Grösse von *P*, und die beiden Stellen *R* und *S*, in deren Höhe das Gefäss *P* hingesezt werden konnte, waren so gewählt, dass der Wasserspiegel in *A* sich für beide Stellungen ziemlich genau in zwei benachbarten Knotenpunkten einstellte. Die genauere Regulirung wurde mittelst des Röhrchens *M* erreicht, welches sich an einem Stative verschieben liess. Hebt man *M*, so steigt das Wasser in *A* und *P*; aber diese Steigung verhält sich zur Hebung von *M*, wie der Querschnitt von *M* zur Summe der Querschnitte von *A* und *P*. Bei mir war dies Verhältniss ein solches, dass einer Verschiebung des Röhrchens um 180 mm eine Aenderung des Wasserspiegels um 1 mm entsprach, sodass ich also eine Aenderung desselben um 0,05 mm bequem herstellen konnte.

Das Glasrohr *A* war oben durch eine Messingplatte *B* geschlossen, in welche ein kreisförmiges Loch von 25 mm Durchmesser geschnitten war. An der Platte, in das Loch hineinragend, befand sich das Körperchen *F*, welches die Luftschwingungen mitmachen, und dadurch die Phase der betreffenden Stelle zeigen sollte. Die Auffindung eines passenden Materials für dieses Körperchen hat mir viel Mühe gemacht: verschiedene Haare, Federn, Papiere, Zeuge, Bleche, Glasfäden und Membranen aus Kautschuk, Guttapercha und Glas wurden durchprobt, bis ich endlich in dünnen Glimmerblättchen das richtige Material fand.

Aus solchen Blättchen wurde eine keilförmige Zunge ausgeschnitten und mit ihrem breiten Ende an der Metallplatte angeklebt.

Soll indessen ein solches Blättchen in lebhaftes Mitschwingen gerathen, so muss es auf den Ton abgestimmt sein, den die Röhre gibt; um es stimmen zu können, befand sich auf der Platte *B* ein um den Punkt *G* drehbares Stäbchen, welches auf das Blättchen drückte und den freien Theil desselben zu verkürzen gestattete; eine Einrichtung, ähnlich der bei Zungenpfeifen verwandten.

Endlich war noch an der Platte *B* eine kleine, feingetheilte Scala *H* vertical befestigt, dicht vor der Spitze des schwingenden Blättchens, und bestimmt, dessen Amplitude zu messen.

Dicht über der Oeffnung der Röhre befanden sich die Zinken einer electromagnetisch erregten, horizontal befestigten Stimmgabel *D*. Nachdem ich anfangs diese Stimmgabel nur zur Erzeugung der stehenden Schwingungen im Rohre benutzt und das Fäserchen durch ein Vibrationsmikroskop, oder vielmehr Vibrationsfernrohr beobachtet hatte, liess ich letzteres später fort und benutzte die Stimmgabel selbst, um durch Combination ihrer Schwingungen mit denen des Glimmerblättchens Lissajous'sche Figuren zu erhalten. Dazu war an der einen Zinke horizontal ein Holzstäbchen, daran vertical ein platter Glasfaden *E* angekittet, welcher dicht hinter dem Blättchen *F* schwang. Durch eine entfernte Flamme und einen kleinen Hohlspiegel wurde der Kreuzungspunkt von *E* und *F* von hinten beleuchtet, und man sah beim Schwingen beider auf grauem Felde eine leuchtende Curve durch den Schnittpunkt beider beschrieben.

Die Stimmgabel wurde durch eine zweite selbstthätige von der gleichen Schwingungszahl in Bewegung gesetzt, indem derselbe Strom die Electromagnete beider Gabeln durchlief.

Es hat mir ausserordentlich viel Zeit gekostet, bis ich die Stimmgabeln in Gang setzen konnte. Die Unter-

brechung des Stroms fand anfangs nach der gewöhnlichen Weise dadurch statt, dass an der einen Zinke der Gabel ein verticales Platinstäbchen befestigt war, welches beim Schwingen bald in Quecksilber tauchte, bald wieder herausgehoben wurde. Nun fand ich aber, dass bei einem Tone von 374 Schwingungen, den die Stimmgabeln hatten, die Amplitude schon ziemlich gering ist, und die Schwingungen zu rasch vor sich gehen, als dass noch ein sicheres Unterbrechen des Stroms auf die angegebene Weise herbeigeführt werden könnte; kleine Quecksilberkügelchen bleiben häufig am Platinstift hängen, verlängern diesen dadurch und halten den Strom geschlossen, auch wenn der Stift nicht in das Quecksilber taucht, und damit hört die Gabel auf, zu tönen.

Ich sah mich schliesslich genöthigt, den Quecksilbercontact ganz aufzugeben und Metallcontact einzuführen. Ich befestigte einen Streifen von Platinblech, dessen Schwingungsdauer gleich der der Gabel ist, an dem einen Ende und brachte ihn horizontal so unter den Platinstift der Gabel, dass er von letzterem in der Ruhelage der Gabel etwa in seiner Mitte gerade berührt wurde. Zu diesem Streifen einerseits, zu der Gabel andererseits wurde der Strom geleitet. Beim Tönen der Gabel erhält dann der Platinstreif kleine Stösse von ihr und geräth in lebhaften, mit der Stimmgabel isochrone Schwingungen. Man kann auf diese Art sehr viel bedeutendere Amplituden der Stimmgabel erzielen, als mit Quecksilbercontact. Der Hauptvorteil vor letzterem besteht aber darin, dass der Contact eine sichere Unterbrechung erfährt, da die Zinke und der Streifen nach ihrer Berührung nach entgegengesetzten Seiten schwingen.

Ist der verwendete Strom sehr stark, so braucht die Schwingungszahl des Streifens nicht gleich der der Gabel zu sein; die Gabel gibt dann aber nicht den ihr eigenthümlichen Ton; ich habe so theils durch Veränderung der Länge des Streifens, theils durch Veränderung des Contactpunkts an der Gabel, derselben alle

möglichen Töne entlockt, deren Schwingungszahlen etwa zwischen 374 und 1500 lagen. Bei schwachen Strömen dagegen müssen die Schwingungszahlen von Gabel und Platinstreifen sehr nahe übereinstimmen, soll die Gabel überhaupt zum Tönen kommen; innerhalb enger Grenzen sind Abweichungen möglich, dann richtet sich aber auch hier der Ton der Gabel nach der Schwingungszahl des Platinstreifens.

Es ist dies ein Uebelstand des Metallcontacts, denn während des Tönens ändert sich durch überspringende Funken die Contactstelle und damit die Stösse, die der Streifen durch die Gabel erhält, was wieder den Ton verändert; ausserdem wird der Streifen allmählich brüchig, wodurch vollends sich seine Schwingungszahl ändert. Um die Funken möglichst zu beseitigen, schaltete ich als Zweig für die Funkenstrecke einen Condensator ein, wie sie sich unter den grossen Ruhmkorff'schen Inductionsapparaten befinden. Dadurch wurden die Funken fast vollständig beseitigt, und die Stimmgabel hatte oft Stunden lang constanten Ton; oft dagegen änderte er sich trotzdem plötzlich, und dadurch wurden zahlreiche Versuchsreihen in der Mitte unterbrochen und unbrauchbar gemacht.

Noch will ich bemerken, dass der Electromagnet der selbstthätigen Gabel sich nicht nach der alten Weise aussen zu beiden Seiten der Gabel befand, sondern durch ein kleines Eisenstäbchen ersetzt war, welches von nur wenigen, aber bis an das äusserste Ende des Stäbchens reichenden Drahtwindungen umgeben war, und sich zwischen den Gabelzinken befand. Man erhält bei dieser Anordnung viel bedeutendere Amplituden.

#### § 5. Beschreibung der Methode.

Da die Stimmgabel nicht constant war, so musste bei jedem Versuche zunächst die Stimmgabel *D* mit der erregenden in Einklang gebracht werden, was durch Aufsetzen von Wachs bewirkt wurde. Dann musste die Schwingungszahl der Gabel *D* und die Wellenlänge des Tons bestimmt werden.

Um die Schwingungszahl zu finden, hatte ich zwei Hülfsgebellen, die ich mit I und II bezeichnen will. Die Schwingungszahl von I wurde mit Hülfe der oben erwähnten Sirene ein für allemal bestimmt durch Zählen von Schwebungen; ich erhielt die Zahlen:

96,09	97,09	95,47	95,19	97,04	96,42	96,83
97,17	96,72	96,27	96,26	95,80	97,10	96,10
95,21	96,12	96,19	96,78	96,25	96,34	97,33
96,76	96,14	96,42	96,69	96,41	97,98	

Das Mittel aus diesen, in etwa 7000 Secunden bestimmten Zahlen ergibt

96,282

als Schwingungszahl von Gabel I.

Dabei sehe ich ab von einem Einfluss der Temperatur auf die Schwingungsdauer; es ist dies zwar eine streitige Frage — gegen einen Einfluss sprechen sich unter andern Vogel<sup>1)</sup> und Mercadier<sup>2)</sup>, für einen solchen Poske<sup>3)</sup> aus — jedenfalls ist aber der Einfluss innerhalb der Grenzen meiner Versuche, die mit Ausnahme der ersten zwischen 16° und 23° Celsius lagen, zu vernachlässigen.

Die Hülfsgabel II, welche die höhere Octave von I gab, trug einen Spiegel; betrachtet man in demselben, während II schwingt, die schwingende Gabel *D*, so sieht man, falls beide Gebellen im Einklang sind, ein ruhendes Bild von *D*, da die Phasendifferenz constant bleibt, während das Bild hin und her schwingt, wenn kein Einklang vorhanden ist. Durch Aufsetzen von Wachs kann man leicht Ruhe des Bilds, also Einklang erzielen.

Hatte ich so erreicht, dass II genau die tiefere Octave von *D* gab, so verglich ich II mit I, indem ich Schwe-

1) Pogg. Ann. CLVIII. p. 287. 1876.

2) Journ. de Phys. V. p. 55. 1877.

3) Pogg. Ann. CLII. p. 448. 1874.



bungen zählte. Dadurch wurde dann die Tonhöhe von *D* bestimmt.

Die Messung der Wellenlänge geschah folgendermassen: der Wasserspiegel wurde zunächst auf dem untern Punkte *R* so eingestellt, dass das Maximum der Resonanz vorhanden war; dann wurde das Glimmerblättchen *F* so abgestimmt, dass es die grösste Amplitude hatte. Endlich wurde die feinere Einstellung des Wasserspiegels mittelst der Röhre *M* vorgenommen, bis die bei der Schwingung von *E* und *F* sich zeigende Figur ein Kreis, oder bei verschiedenen Amplituden von *E* und *F*, eine Ellipse mit senkrechter Hauptaxe war. Bei der geringsten Hebung oder Senkung des Wasserspiegels neigt sich die Axe der Ellipse nach rechts oder links, sodass eine recht genaue Einstellung möglich ist, namentlich wenn man die Schwingungsfigur durch eine stark vergrössernde Lupe betrachtet, wie ich es that. Um die Einstellung noch zu erleichtern, hatte ich dicht vor dem Glimmerblättchen, parallel zum Glasfaden, ein feines Haar ausgespannt, welches vor der Schwingungscurve befindlich, die Axe der Ellipse markirte.

War die Einstellung auf die senkrechte Ellipse beendigt, so las ich an einem Kathetometer die Stellung des Wasserspiegels in dem Rohre *M*, also damit auch in *A* ab.

Dann wurde das Gefäss *P* nach *S* gehoben und der Stand des Wassers mittelst *M* wieder so regulirt, dass die senkrechte Ellipse erschien; am Kathetometer wurde wieder der Stand des Wassers abgelesen. Bei jedem Versuche stellte ich etwa zehnmal auf dem untern und auf dem obern Niveau ein; die Differenz zwischen je zwei folgenden Ablesungen gab die halbe Wellenlänge; aus den zwanzig Bestimmungen wurde das Mittel genommen.

Eine Aenderung der Amplitude wurde erreicht theils durch Aenderung der Stromstärke — ich benutzte vier bis acht Grove'sche Elemente — theils durch Näherung oder Entfernung der Magnetcpole von der Gabel *D*. Als

Maass der Intensität der tönenden Luftsäule diene die Amplitude, die sie dem Glimmerblättchen zu ertheilen vermochte; man kann wohl annehmen, dass die Amplitude des Blättchens der Amplitude der Luftschwingungen proportional ist. Die Amplitude von  $F$  wurde an der Theilung  $H$  abgelesen.

Zur Messung der Temperatur der in der Röhre befindlichen Luft diene das Thermometer  $K$ , welches in Fünftelgrade getheilt war.

Da durch das Heben und Senken des Wassers in der Röhre deren Wände fortwährend benetzt waren, und die Röhre unten durch Wasser abgeschlossen war, so habe ich die Luft in ihr als mit Wasserdampf gesättigt angesehen.

Einen der Versuche führe ich nach meinem Beobachtungsjournale ausführlich an:

Den 12. 6. 1878.

Temperatur in der Röhre:  $t = 20,4^{\circ}\text{C}$ .

Barometerstand:  $b = 756,8$  mm.

Amplitude des Glimmerblättchens: 0,8 mm.

Ablesungen am Kathetometer für den obern und untern Wasserstand:

oberer:

unterer:

603,7	603,2
604,9	604,7
604,0	603,5
605,9	602,7
602,8	603,4
604,8	

151,0	151,0
151,0	150,8
151,0	151,2
151,1	150,0
150,9	148,5

Daraus ergaben sich die halben Wellenlängen:

452,4	453,9	453,8	452,3
453,9	453,8	452,0	453,5
453,9	451,7	452,4	452,7
453,0	451,9	453,9	454,2
453,0	453,9	453,5	454,9

Das Mittel ist:

$$\lambda = 453,25$$

Stimmgabel II, die tiefere Octave von  $D$ , machte mit I in  
156 Secunden 240 Schwebungen;

daraus folgt als Schwingungszahl von  $D$ :

$$n = 757,952 \text{ halbe Schwingungen.}$$

Für die Schallgeschwindigkeit bei  $0^\circ$ , 760 mm Barometerstand und trockene Luft ergibt sich daraus:

$$v = 329,21 \text{ m.}$$

#### § 6. Versuche.

Ich habe bei drei verschiedenen Amplituden die Schallgeschwindigkeit bestimmt: bei der grössten, die ich erhalten konnte, welche etwa 2,5 mm betrug; bei der kleinsten, bei welcher die Veränderung der Schwingungcurve noch erkennbar war, etwa 0,3 mm; endlich bei einer mittlern von etwa 1 mm.

Ich gebe in den folgenden Tabellen die erhaltenen Zahlen; dabei bedeutet:

$n$  die Zahl der halben Schwingungen,

$\lambda$  die halbe Wellenlänge,

$t$  die Temperatur der Luft,

$v$  die aus den vorigen Werthen berechnete Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in trockener Luft von  $0^\circ \text{ C.}$  bei 760 mm Barometerstand.  $v$  ist nach der bekannten Formel berechnet:

$$v = n \cdot \lambda \sqrt{\frac{b - \epsilon}{760 (1 + \alpha t)}}$$

wo  $b$  den Barometerstand,  $\epsilon$  die Dampfspannung angibt, und

$$\epsilon = 0,3779$$

$$\alpha = 0,003665$$

zu setzen ist.

Tabelle 1.

Amplitude: 2,4 bis 2,6 mm, im Mittel: 2,5 mm.

$n$	$\lambda$	$f$	$v$	$n$	$\lambda$	$f$	$v$
760,256	444,14	11	331,56	763,016	450,23	19,8	329,38
762,265	441,87	13,8	330,46	757,952	452,48	20,6	328,52
762,265	443,53	10,5	332,50	756,928	451,38	21,3	328,08
761,456	443,15	11,4	331,52	755,144	451,66	23,0	325,63
760,256	442,51	13,0	328,52	756,960	452,59	20,5	329,05
760,256	442,02	12,5	327,85	756,928	452,42	20,2	329,11
762,256	443,12	12,8	331,82	757,152	451,28	19,8	328,22
761,456	443,15	11,4	331,52	752,252	451,31	18,7	326,70
756,144	453,83	19,4	328,44	751,928	452,14	17,7	327,61
756,144	451,60	18,6	326,48	751,928	452,61	18,0	327,76
756,144	451,90	18,6	328,65	759,296	449,83	18,2	328,83
756,144	450,10	19,0	327,10	759,640	449,84	18,4	328,85
756,144	452,90	19,5	328,81	759,640	450,27	18,9	328,78
746,696	453,85	19,3	325,22	757,152	449,19	16,4	330,48
761,376	448,03	17,7	329,58	756,928	450,56	17,2	329,06
761,104	447,17	17,5	331,24	754,256	452,40	18,6	328,28
761,104	449,80	17,5	331,66	754,256	451,97	19,4	327,46
753,248	451,64	17,8	329,21	746,696	453,42	19,1	325,04
762,024	449,34	19,8	328,30	756,928	452,70	21,0	328,35

Tabelle 2.

Amplitude: 0,8 bis 1,2 mm, im Mittel: 1 mm.

$n$	$\lambda$	$f$	$v$	$n$	$\lambda$	$f$	$v$
761,368	452,00	18,2	332,78	757,152	451,39	20,3	327,95
759,592	452,26	20,0	329,20	754,696	453,93	20,5	328,48
758,928	453,14	19,4	331,50	754,696	453,99	21,0	328,22
758,928	454,07	19,9	331,85	752,252	452,00	18,9	327,46
757,624	453,18	20,2	329,15	752,252	451,97	19,0	326,99
757,952	453,25	20,4	329,21	752,252	453,35	19,4	327,74
757,096	454,10	19,6	330,34	752,252	454,39	19,8	328,26
757,096	454,58	20,4	330,06	752,252	454,05	19,7	328,05
752,936	454,14	19,2	328,78	752,252	454,25	19,8	328,16
752,936	454,30	19,3	328,84	754,256	454,33	18,9	328,99
758,368	453,29	20,0	330,60	754,256	453,59	19,1	328,32
758,368	453,43	20,1	330,65	754,256	454,03	19,1	328,69
757,528	452,91	22,7	328,11	754,256	453,71	18,5	328,77
757,528	454,79	22,2	329,79	758,832	451,11	17,6	332,20
756,960	452,87	22,2	328,13	758,832	451,51	17,8	332,36

Tabelle 3.  
Amplitude: 0,3 mm.

$n$	$\lambda$	$f$	$v$	$n$	$\lambda$	$f$	$v$
756,928	452,00	18,5	330,49	754,696	453,83	21,5	328,13
757,672	452,13	18,3	330,96	759,136	453,18	22,4	329,38
753,248	454,69	17,5	331,63	759,136	453,46	22,7	328,64
761,520	451,36	18,2	332,26	754,256	452,92	17,2	329,04
761,368	451,23	19,0	331,40	754,256	453,17	17,8	328,83
757,624	452,80	20,0	329,19	754,256	453,34	18,3	328,65
757,648	453,29	19,3	328,30	754,256	453,53	18,6	328,57
755,144	452,97	22,6	326,93	754,256	453,46	18,2	328,80
757,648	453,09	19,3	328,14	757,152	450,78	16,6	331,53
756,960	453,31	21,2	329,12	752,072	453,13	17,8	330,19
754,256	453,38	19,5	328,64	752,072	453,56	18,8	329,87
757,152	452,39	21,0	328,21	752,072	453,21	19,0	329,50
757,152	453,18	21,4	328,52	752,072	452,71	18,9	329,21
757,152	452,70	21,2	328,32	756,928	448,04	17,6	326,90
756,200	453,12	21,4	328,06	754,256	450,01	20,5	329,97

## § 7. Resultate.

Da die Aenderung der Schwingungszahl von einem Versuche zum andern nur unbedeutend ist, so kann man aus jeder Tabelle den Mittelwerth von  $v$  berechnen. Es findet sich:

aus Tabelle 1:  $v = 328,832$  m

mit einem wahrscheinlichen Fehler von  $\pm 0,22$  m;

aus Tabelle 2:  $v = 329,314$  m

mit einem wahrscheinlichen Fehler von  $\pm 0,20$  m;

aus Tabelle 3:  $v = 329,113$  m

mit einem wahrscheinlichen Fehler von  $\pm 0,18$  m.

Es zeigt sich also kein Abnehmen der Schallgeschwindigkeit mit der Intensität, sie ist im Gegentheil am kleinsten bei der grössten Intensität, am grössten bei einer mittlern Intensität. Indessen sind die Unterschiede überhaupt sehr unbedeutend, sie liegen innerhalb der wahrscheinlichen

Fehler, und man wird wohl ohne weiteres schliessen können, dass die gefundenen Unterschiede überhaupt nur auf Beobachtungsfehlern beruhen. Dann kann man den Mittelwerth für  $v$  aus allen Beobachtungen berechnen, und man erhält:

$$v = 329,086 \text{ m.}$$

Bei den Versuchen änderte sich die Amplitude von 0,3 bis 2,5 mm. Nimmt man nun als Maass für die Intensität die lebendige Kraft, so ist die Intensität proportional dem Quadrat der Amplitude; die Intensität hat sich also bei meinen Versuchen geändert von 9 bis 625, oder von 1 bis 70.

Es hat sich somit nicht die geringste Zunahme der Schallgeschwindigkeit gezeigt, wenn die Intensität vom Einfachen bis zum Siebzigfachen wächst.

Nun könnte aber noch der Einwand erhoben werden, dass die stärkste Intensität, die ich erreicht, noch viel zu gering gewesen sei, als dass ein Unterschied in der Schallgeschwindigkeit habe bemerklich sein können, dass aber bei grössern Intensitäten sich doch noch ein Einfluss geltend machen könne. Das wird durch Folgendes widerlegt.

Zu den stärksten tönenden Schwingungen, die wir erzeugen können, gehören wohl die stehenden Schwingungen, wie sie etwa in den Kundt'schen Wellenröhren hervorgerufen werden; nach der Theorie<sup>1)</sup> werden diese Schwingungen sogar unendlich gross. Wenn man die Schallgeschwindigkeit in Röhren bestimmt, so findet man sie stets kleiner als im freien Raume, theils wegen Reibung der Luft an den Wänden, theils wegen Wärmeleitung der Wände. Diese Verminderung der Schallgeschwindigkeit hängt ab von der Weite des Rohrs und von der Schwingungszahl des benutzten Tons, und zwar hat Kirchhoff<sup>2)</sup> theoretisch gefunden, dass diese Verminderung ist:

$$a - v = \frac{\gamma a}{2r\sqrt{\pi n}}$$

1) Kirchhoff, *Mechanik*, p. 327.

2) Pogg. *Annal.* CXXXIV. p. 177. 1868.

wo  $a$  die Schallgeschwindigkeit im freien Raume,  
 $v$  die Schallgeschwindigkeit im Rohre,  
 $r$  den Radius des Rohrs,  
 $n$  die Schwingungszahl des Tons, und  
 $\gamma$  eine Constante  
 bezeichnet.

Die Richtigkeit dieser Formel zu untersuchen, und die Constante  $\gamma$  zu bestimmen, war die Aufgabe einer frühern Arbeit<sup>1)</sup>; ich konnte die Formel experimentell bestätigen und fand:

$$\gamma = 0,0235.$$

Es ist zu bemerken, dass diese Grösse  $\gamma$  aus stehenden Schwingungen in Kundt'schen Röhren, also aus Tönen von sehr grosser Intensität bestimmt ist. Falls die Intensität einen Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit ausübt, so müsste sich auch diese Zahl mit der Intensität ändern, oder wenn man aus dem Werthe von  $a$  und von  $\gamma$  für einen gegebenen Ton und ein gegebenes Rohr die Geschwindigkeit berechnet, so müsste sie zu gross werden, falls die Intensität kleiner ist als in den Kundt'schen Röhren.

Berechnet man nun den Werth von  $v$  nach obiger Formel für die Verhältnisse meiner Versuche, wobei  $2r = 0,066$  m und  $n = 377$  ist, so erhält man:

$$v = 329,028 \text{ m,}$$

während ich den Mittelwerth gefunden hatte:

$$v = 329,086 \text{ m.}$$

Diese treffliche Uebereinstimmung der nach ganz verschiedenen Methoden gewonnenen Zahlen zeigt einerseits die Richtigkeit meiner frühern Bestimmung der Schallgeschwindigkeit zu 332,5 m, andererseits berechtigt sie dazu, die frühern Versuche mit den jetzigen zusammenzustellen und zu sagen, dass wenn die Intensität eines Tons von der Grenze der Hörbarkeit bis zur Stärke, wie

1) l. c.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. VI.

sie in den Kundt'schen Röhren vorhanden ist, sich ändert, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ungeändert bleibt.

Wenden wir uns nun zu der von Regnault gegebenen<sup>1)</sup> theoretischen Begründung seiner Ansicht.

Regnault drückt die Aenderung der Elasticität der Luft, die eine Folge der Erwärmung und Abkühlung beim Tönen ist, aus durch das Verhältniss  $k$  der specifischen Wärmen der Luft bei constantem Volumen und bei constantem Drucke, und durch die Grösse der Compression oder Dilatation, die ja von der Amplitude der Schwingungen, also von der Intensität abhängen; er entwickelt nach aufsteigenden Potenzen dieser Compression und erhält folgende Formel für die Schallgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{g\beta}{b} \cdot 0,760 (1 + \alpha t) \left\{ k + \frac{\Delta V}{V} \left( \frac{k(k+1)}{1.2} - 1 \right) + \frac{\Delta V^2}{V^2} \left( \frac{k(k+1)(k+2)}{1.2.3} - 1 \right) + \dots \right.}$$

Hier bedeutet  $\beta$  das Gewicht von 1 cbm Quecksilber,  $b$  das Gewicht von 1 cbm Luft,  $V$  das Volumen der Luft im Gleichgewichtszustande, welches beim Tönen zu  $V - \Delta V$  comprimirt wird.

Vernachlässigt man in dieser Formel  $\frac{\Delta V}{V}$  und die höheren Potenzen, d. h. berücksichtigt man nicht einen Einfluss der Intensität, so erhält man den gewöhnlichen Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit.

Die Regnault'sche Formel lässt sich experimentell prüfen, sobald man die Volumenänderung beim Tönen messen kann. Das wird nun ermöglicht durch die von Kundt<sup>2)</sup> angegebenen Manometer. Kundt bringt in einem Knotenpunkte einer Röhre, in welcher stehende Schwingungen vorhanden sind, ein Manometer mit Ventil, welches nur entweder der verdünnten oder der comprimierten Luft Durchgang gestattet, und so den Ueber- oder Unterdruck beim Tönen direct messen lässt, an.

1) A. a. O. p. 8 u. ff.

2) Pogg. Ann. CXXXIV. p. 563. 1868.



Die Construction dieser Blasenventile ist leider eine ziemlich schwierige; sie müssen auf den Ton, den die Luft angibt, abgestimmt sein, um regelmässig im Augenblicke einer Verdichtung geöffnet, im Augenblicke einer Verdünnung geschlossen zu sein, oder umgekehrt. Einmal ist aber das Abstimmen der kleinen Membranen an und für sich nicht leicht, und ausserdem ändert sich die Spannung der Membranen bei jeder Aenderung der Temperatur und Feuchtigkeit, sodass die Stimmung der Membran, auch wenn sie gelungen ist, doch nicht lange gewahrt bleibt. Ferner schliesst das Ventil doch nicht dicht genug, um nicht bei stärkerem Ueberdrucke einen Rückgang der Luft zu gestatten, — kurz, die Drucke, die man an dem Manometer abliesst, geben bei weitem nicht den wahren Druck an, sondern nur eine untere Grenze desselben.

Ich construirte mir derartige Manometer aus Goldschlägerhaut und brachte das Manometer an dem obern Knotenpunkte meiner Glasröhre an, während der Wasserspiegel sich im untern Knotenpunkte befand. Das Manometer zeigte jedoch auch bei der grössten Amplitude von 2,5 mm keinen Druck an. Ich glaube, dass daran weniger zu geringe Intensität, als vielmehr Unempfindlichkeit der Ventile und ihre Verstimmung durch die feuchte Luft des Rohrs schuld war.

Ich brachte nun das Manometer an einem andern Glasrohre an, in welchem stehende Schwingungen durch das Ende eines longitudinal tönenden Glasstabs erzeugt wurden. Hier zeigte das Manometer einen Druck von etwa 9 mm Quecksilber an.

Berechnet man nun den Werth der Schallgeschwindigkeit erstens nach der Regnault'schen Formel, indem man  $\frac{\Delta V}{V} = 9$  mm einsetzt, und zweitens nach der gewöhnlichen Formel, welche  $\frac{\Delta V}{V}$  vernachlässigt, so erhält man Werthe, die um etwa einen Meter auseinander liegen.

Danach hätte ich also zwischen der Schallgeschwindigkeit des Tons mit geringster Intensität, die ich bei dieser

Untersuchung anwandte, und der Geschwindigkeit, die ich früher aus den stehenden Schwingungen in Kundt'schen Röhren berechnet habe, eine Differenz von etwa einem Meter finden müssen (eine Grösse, die weit über den wahrscheinlichen Fehlern liegt und sich jedenfalls hätte bemerklich machen müssen), während die gefundene Differenz nur 0,08 m im umgekehrten Sinne beträgt.

Es ist damit erwiesen, dass die Regnault'sche Formel zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit nicht geeignet ist, sondern dass man die gewöhnliche Formel, welche die Intensität des Tons nicht berücksichtigt, zu gebrauchen hat.

Meine Untersuchungen und Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit beziehen sich auf musikalische Töne; und in dem Umstande, dass Regnault Explosionswellen benutzt hat, liegt die Abweichung und der wesentliche Mangel seiner Arbeit, darin wird auch der Grund für den Einfluss der Intensität, der sich bei ihm stets gezeigt hat, zu suchen sein. Die Vorgänge bei Explosionswellen, bei denen die Lufttheilchen weit fortgeschleudert werden, sind sehr complicirt und ganz anderer Art als bei Tonwellen. Im Beginne solcher, durch Explosionen erzeugter Wellen findet man, wie Mach gezeigt hat, Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, die mit der Schallgeschwindigkeit gar nichts zu thun haben, und im weitem Verlaufe müssen Unstetigkeiten der Bewegung eintreten; die Wellenberge laufen schneller vorwärts als die Wellenthäler, sodass gleichsam ein Branden oder Ueberschäumen der Wellen eintritt. Es ist dies mehrfach, unter andern von Riemann<sup>1)</sup> und Lord Rayleigh<sup>2)</sup> nachgewiesen für den Fall, dass die Schwingungsweite der Luftmoleculé unendlich kleine Werthe überschreitet.

Man sieht, dass in einem solchen Falle ganz andere Gesetze für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eintreten

1) Abhandl. d. Gen. d. Wiss. zu Göttingen. VIII.

2) Theory of sound, chapter XI.

können, und nach Regnault's Ergebnissen auch einzutreten scheinen. Man hat es aber dann eben nicht mehr mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles, sondern mit der von Explosionswellen zu thun.

Das Resultat meiner Untersuchung kann ich also folgendermassen aussprechen:

1) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Schallwellen ist unabhängig von der Intensität des Tons;

2) die Schallgeschwindigkeit im freien Raume ergibt sich zu:

$$332,5 \text{ m,}$$

wenn man sie nach der Kirchhoff'schen Formel aus der Geschwindigkeit in Röhren berechnet und dabei  $\gamma = 0,0235$  setzt.

Berlin, December 1878.

## II. Ueber die Torsion; von Gustav Wiedemann.

1. Seit W. Weber<sup>1)</sup> im Jahre 1835 die Gesetze des zeitlichen Verlaufs der nach Aufhebung einer temporären Dehnung eines Fadens zurückbleibenden permanenten Dehnung, der elastischen Nachwirkung, studirt und i. J. 1841 als Grund der letzteren „den Unterschied der Stellung der Elasticitätsaxen der kleinsten Theilchen in irgend einem Augenblick von derjenigen, welche der vollkommenen Gleichgewichtslage entspricht und bei vollkommenem Gleichgewicht für jede Spannung bestimmt ist“, aufgestellt hatte, ist nach einer gelegentlichen Beobachtung von R. Kohlrausch<sup>2)</sup> (1847) eine grössere Reihe von Untersuchungen über die Verhältnisse der unvollkommenen Elasticität ange-

1) Pogg. Ann. XXXIV. p. 247, 1835; LIV. p. 1. 1841.

2) Pogg. Ann. LXXII. p. 393. 1847.

stellt worden. Dieselben sind wesentlich nach zwei verschiedenen Richtungen ausgeführt. Bei den einen wird theils die temporäre und permanente Gestaltsveränderung direct, so wie auch in ihrem zeitlichen Verlauf beobachtet, bei den anderen die Abnahme der Schwingungsweite oscillirender Körper.

Bei den Versuchen der letzteren Art (z. B. über Torsionsschwingungen) werden die Molecüle aus den Lagen, welche ihnen durch die in jedem Augenblick wirkenden Kräfte angewiesen sind, ehe die elastische Nachwirkung abgelaufen ist, sofort wieder in andere Lagen übergeführt. Die Erscheinungen sind somit in hohem Grade complicirt. Es erschien mir deshalb angezeigt, vor dem Studium derartiger Verhältnisse zuerst die Gleichgewichtslagen der durch Kräfte deformirten Körper, resp. die dabei stattfindenden Drehungen ihrer Molecüle zu untersuchen.

In diesem Sinne habe ich<sup>1)</sup> bereits in den Jahren 1858 bis 1862 eine Reihe von Abhandlungen, sowohl über die Torsion und die Biegung für sich, als auch über die Analogieen zwischen den mechanischen und magnetischen Erscheinungen, sowie über die Wechselwirkungen zwischen beiden publicirt.

Ich hatte mich unter Anderm bemüht, in allgemeinen Zügen das Verhältniss der permanenten Deformationen eines Körpers zu den während der Wirkung der deformirenden Kraft auftretenden temporären Deformationen festzustellen und gezeigt, dass zwar, wie bereits Wertheim<sup>2)</sup> beobachtet hat, erstere schon nach den geringsten temporären Deformationen auftreten, sodass also bei einem noch nicht vorher deformirten Körper eigentlich keine Elasticitätsgrenze existirt, wohl aber Körper, die hinlänglich oft innerhalb gewisser Grenzen durch bestimmte Kräfte deformirt worden

1) Pogg. Ann. CIII. p. 563. 1858; Pogg. Ann. CVI. p. 161; Basler Verhandlungen II. Heft 2. p. 169; Pogg. Ann. CVII. p. 139. 1859. — Berliner Monatsber. 1860. 29. Nov.; Pogg. Ann. CXVII. p. 193. 1862.

2) Ann. de chim. et phys. XII. p. 385. 1842; Pogg. Ann. Ergbd. II. p. 70. 1848.

sind, bei wiederholter Einwirkung derselben oder kleinerer Kräfte im gleichen Sinne, wie die zuletzt angewandten, stets wieder dieselbe permanente Deformation erlangen. Hiermit stimmt das später von Thalén<sup>1)</sup> (1865) mitgetheilte Resultat überein, dass durch wiederholte Streckung von Stäben eine mit derselben wachsende Erhöhung der Elasticitätsgrenze eintritt.<sup>2)</sup> Bei der ersten Deformation wuchsen ausserdem die permanenten Gestaltsveränderungen viel schneller als die temporären, was bei wiederholten Deformationen nicht in gleichem Maasse der Fall ist. Ebenso hatte ich gezeigt, dass bei längerer Ruhe die Körper nach wiederholten Deformationen zum Theil wieder in ihren früheren Zustand zurücktreten<sup>3)</sup>, und sie sich ähnlich bei Deformationen verhalten, welche über die Grenzen der ersten hinausgehen. Auch habe ich das Verhalten der Körper bei aufeinander folgenden entgegengesetzt gerichteten Deformationen studirt u. s. f.<sup>4)</sup>

Im Anschluss an diese Versuche erlaube ich mir, einige ältere und neuere Beobachtungen mitzuthellen, welche ihre Resultate erweitern sollten.

2. Apparat. Zuerst wurde der Einfluss wiederholter Torsionen nach derselben Richtung auf einen Draht ausführlicher untersucht. Der benutzte Apparat ist im Allgemeinen der nämliche, welcher schon zu den früheren Versuchen gedient hatte. Taf. VI Fig. 1 stellt denselben mit einigen neueren Abänderungen dar. Statt dass früher die Spitze *h*, welche das untere Ende des Drahtes und den daran hängenden Kreis, Bügel und Metallstab bei der Torsion in der Axe festhielt, in einem Achathütchen lief, geht sie jetzt durch einen kleinen, auf

1) Pogg. Ann. CXXIV. p. 600. 1865.

2) Aehnliche Resultate auch von Tresca, Compt. rend. LXXIII. p. 1153. 1874, Uchatius, Beibl. I. p. 273, Bauschinger *ibid.* p. 380. 1877. u. A.

3) Aehnlich auch Bauschinger, l. c. 1877.

4) Eine Reihe der von mir für die Torsion und Biegung gewonnenen Resultate hat, freilich ohne Erwähnung derselben, auch bei der Biegung von Steinsalzstäbchen durch W. Voigt (Dissertation d. Univ. Königsberg. Leipzig, Pöschel & Comp. 1874?) Bestätigung gefunden.

der axial durchbohrten Schraube  $h_1$  befestigten, wohl polirten Stahlring. Ferner ist an den Rahmen mit Rolle  $r$  und Wagschale  $s$ , bei deren Belastung der Draht tordirt wird, erst ein kürzerer Messingdraht  $vv$  angelöthet, an dem mittelst zweier Seidenfäden unterhalb der Wagschale ein längeres, sehr dünnes und leichtes, glattes Hornstäbchen  $xx$  hängt, das bei den Drehungen des Fadens gegen die verticalen Drähte  $ww$  schlägt, sobald beim Herunterlassen des Schnurlaufes  $AA$  die Rolle nicht mehr von letzterem, sondern von dem um den Kreis am Draht geschlungenen Faden  $o$  getragen wird. Diese Einrichtung ist zweckmässiger als die frühere, bei der der Draht  $vv$  direct gegen die Drähte  $ww$  gegenschlug, da damit etwaige Erschütterungen bei der langsamen Senkung der Rolle infolge der elastischen Nachwirkung im temporär tordirten Draht und bei dem dadurch stattfindenden Entlanggleiten des Drahtes  $vv$  an  $ww$  vermieden wird. Endlich ist der Schnurlauf  $AA$  bei  $t$  befestigt und bei  $u$  über eine Rolle bis zum Beobachter hingeführt, wo sein Ende sich um eine 5 mm dicke Axe  $Z$  umlegt, die mittelst einer Kurbel gedreht werden kann. So gelingt es noch besser, bei Belastung der Wagschale  $s$  mit Gewichten die Rolle ganz langsam hinunterzulassen und zu heben und den Draht ohne Anstoss zu tordiren und zu detordiren. Das Rad  $p$  war so leicht um seine Axe drehbar, dass bei Ueberlegen einer beiderseits mit je 200 g belasteten Schnur schon ein Uebergewicht von weniger als 1 g eine Drehung verursachte.

Zur Ablesung der temporären und permanenten Torsion innerhalb weiterer Grenzen wurde jetzt stets die Spiegelablesung verwendet. Ein zu einem Halbkreis von 1 m Radius gebogener und in dieser Lage durch Querleisten festgehaltener Blechstreifen von 1 dcm Höhe war concentrisch zum Draht aufgestellt und innen mit einer Millimeterscala beklebt, die, wie gewöhnlich, in dem an der Klemme  $c$  angebrachten Spiegel  $d$  mittelst eines Fernrohrs beobachtet wurde. Einer Drehung des Spiegels um einen

Gw.  
I.  $T$   
 $T_1$   
 $P$   
 $P_1$   
 $T_1 - P_1$   
 $A$  3

Grad entspricht eine Verschiebung des Bildes der Scala um 34,9 Theilstriche.

An dem Stab  $g$  war unten ein kleiner Bügel mit horizontaler Schneide befestigt, in die sich ein breiter Hacken einlegte, der an einem 1 cm dicken, 30 cm langen Eisenstab eine horizontale kreisrunde Eisenplatte von 20 cm Durchmesser trug. Auf letztere wurden flache kreisrunde, auf einer Seite radial eingeschlitzte Eisengewichte mit grosser Vorsicht, um keine Torsion zu bewirken, aufgelegt, welche den Draht spannten. Vor dem Auflegen derselben war der Draht unter schwacher Spannung ausgeglüht.

3. Wiederholte Torsion in derselben Richtung. Zuerst wurde ein Messingdraht von 480 mm Länge und 2 mm Dicke, der unten mit insgesamt 10 460 g belastet war, durch aufsteigende Gewichte  $G$  wiederholt tordirt und stets, so weit es möglich war, sowohl die unmittelbar nach der beginnenden vollen Wirkung der Gewichte stattfindende erste temporäre Torsion  $T$  beobachtet (deren Eintritt sich an dem Anschlagen des Stübchens  $x$  an die Drähte  $vv$  erkennen liess), als auch die endliche temporäre Torsion  $T_1$ , welche sich nach langer Zeit endgültig herstellte. Ebenso wurde beim Heben der tordirenden Gewichte die zuerst eintretende und die zuletzt constante permanente Torsion  $P$  und  $P_1$  gemessen. Die Werthe  $T$  und  $P$  sind nach keiner Methode genau festzustellen, da die beim Hinab- und Heraufwinden der Gewichte vor sich gehenden Drehungen des Drahtes unmittelbar in die Nachwirkungsdeformationen bei der vollen Wirkung und völligen Aufhebung der Gewichte übergehen.

Die Beobachtungsergebnisse sind in folgender Tabelle enthalten, in der unter  $\Delta$  die Differenzen der aufeinander folgenden Werthe  $T_1 - P_1$  angegeben sind.

	Gw.	0	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
I. $T$	0	312	416	523	628	733	844	956,5	1070	1191	1338	1510	1725	
$T_1$	0	312	416	523	628	734	845	959	1074	1204	1351	1543	1820	
$P$	0	0,6	1,3	2,3	3,8	5,8	9,8	16	26,3	44	73,3	132,8	253	
$P_1$	0	0,6	1,3	2,3	3,8	5,8	9,8	16	26,3	43,3	71,8	130	245	
$T_1 - P_1$		311,4	414,7	520,7	624,2	728,2	835	943	1048,7	1160,7	2179	1413	1575	
$\Delta$		3.103,8	103,3	106	103,5	104	101,8	108	105,7	112	119,5	134	162	



Der Draht wurde darauf noch sechzehnmal durch das Gewicht 140 tordirt. Dann war

XVII.	$T$	$T_1$	$P$	$P_1$	$T_1 - P_1$
	1913	1919	373,8	372	1547

Wurde nun derselbe Draht wieder durch aufsteigende Gewichte tordirt, wobei seine permanente Torsion stets  $P_1 = 372$  blieb, so war

## XVIII.

Gw.	0	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$T$	372	682	787	892	999,5	1107	1217	1329,5	1442	1555	1673	1793	1909
$T_1$	372	682	787	892	1001,5	1109	1219	1332,5	1445	1559	1677	1797	1914
$T_1 - P_1$	310	415	520	629,5	737,5	847	960	1073	1187	1305	1425	1542	1657
$\Delta$	3.103	105	105	109,5	107,5	110	113	113	114	118	120	119	117

Die temporären Torsionen nehmen also, wie schon früher gefunden, bei den ersten Einwirkungen der aufsteigenden Gewichte erst langsamer, dann immer schneller bis zu einem bestimmten, dem Maximum der Belastung entsprechenden Werthe zu. Dieser letztere Werth steigt bei wiederholter Anwendung der Maximalbelastung erst schneller, dann langsamer bis zu einem gewissen Maximum an.<sup>1)</sup>

Die permanenten Torsionen zeigen dasselbe Verhalten, nur steigen sie bei Einwirkung der aufsteigenden Gewichte, wie schon früher erwähnt, noch schneller an als die temporären Torsionen. Auch nehmen sie bei wiederholter Torsion durch dasselbe Maximalgewicht mehr zu, als letztere.

Es bestätigt sich hier das schon früher bei abwechselnd gerichteten Torsionen beobachtete Resultat, dass die Grenzen, bis zu denen entgegengesetzt wirkende Kräfte die Drähte temporär tordiren, bei wiederholten Torsionen immer enger werden und sich allmählich einem constanten Minimalabstand nähern.

Im vorliegenden Fall sind jene Kräfte das temporär tordirende Maximalgewicht und die Kraft Null, der Abstand der Grenzen der entsprechende Werth  $T_1 - P_1$ .

1) Eine analoge Beobachtung bei der Dehnung s. Thalén, l.c. p. 682.



Zugleich werden bei den wiederholten Torsionen die für die verschiedenen tordirenden Gewichte geltenden Differenzen  $T_1 - P_1$  immer mehr den tordirenden Gewichten proportional; sie steigen mit wachsenden Gewichten ein wenig an, wie die Differenzen  $d$  der aufeinander folgenden Werthe  $T_1 - P_1$  zeigen.

4. Wiederholte Torsion in entgegengesetzten Richtungen. Um dieses letztere Verhältniss innerhalb weiterer Grenzen zu verfolgen, namentlich wenn die Drähte nicht nur wiederholt einseitig nach einer bestimmten Richtung tordirt werden, sondern ihre Molecüle durch abwechselnd wirkende Kräfte entgegengesetzte Ablenkungen erfahren, wurde ein Draht von gleichen Dimensionen, wie der frühere, mit 8175 g belastet, oft in Schwingungen versetzt und darauf noch zehnmal durch die Gewichte  $\pm 114$  hin und her tordirt, wobei sich dann seine temporären und permanenten Torsionen nicht mehr merklich änderten. Sie betragen in Scalentheilen:

$G = +80$	$T$ 3753	$P$ 1486,2	$T - P =$ 1267
$G = -80$	$T$ 1122	$P$ 1387,5	$T - P = -1265,5$

Darauf wurde der Draht durch aufsteigende Gewichte  $(-)G$  tordirt. Es war

$G =$	44	64	84	104	124
$T$	943	740	533	331,6	124,5
$P$	1387,5	1387,5	1387,5	1387,5	1387,5
$T - P$	444,5	647,5	854,5	1056	1263
$d$		203	207	201,5	207

Endlich wurde auch der Draht nach der entgegengesetzten Seite durch aufsteigende Gewichte  $+G$  tordirt. Dabei war

$G =$	44	64	84	109	124
$T$	1857	2077	2298,5	2524	2753
$P$	1408,5	1425,5	1443,2	1464,8	1486,2
$T - P$	448,5	651,5	855,3	1060,8	1267
$d$		203	201,3	208	206,2

Wie bei den früheren Versuchen wurden auch hier nach wiederholten Torsionen und Detorsionen die temporären

und permanenten Endzustände des Drahtes viel schneller erreicht, als bei der ersten Einwirkung der tordirenden Kräfte.

5. Torsion eines theilweise detordirten Drahtes. Ein anderer gleicher Draht wurde zu wiederholten Malen durch die Gewichte  $\pm 120$  hin und her tordirt, bis seine Torsionen bei erneuter Anwendung derselben Kräfte sich nicht mehr änderten. Dabei rückten wiederum die Grenzen, innerhalb deren die temporären und auch die permanenten Torsionen eingeschlossen waren, immer näher aneinander. So betrugen dieselben bei der 1ten und 6ten Torsion

	I		VI	
$G$	- 120	+ 120	- 120	+ 120
$T$	-1348	+1415	-1328	+1401
$T_1$	-1366	+1431	-1334	+1406
$P$	- 75	+ 145	- 52,5	+ 119
$P_1$	- 72	+ 143	- 50	+ 118
$T_{+120} - T_{-120}$	2758	2797	2729	2740
$P_{+120} - P_{-120}$	220	215	171,5	168

Der Draht wurde hierauf noch einmal durch aufsteigende Gewichte tordirt. Die permanente Torsion blieb dabei +118. Die temporären Torsionen betrugen

$G =$	+ 30	+ 40	+ 50	+ 60	+ 70	+ 80	+ 90	+ 100	+ 110	+ 120
$T =$	430	535	642	749	857	964	1072	1180	1288	1396
$T - P$	312	417	524	631	739	846	954	1062	1170	1278
$\Delta$	105	107	107	108	107	108	108	108	108	

Darauf wurde die permanente Torsion des Drahtes (118) durch die Gewichte - 20 bis - 120 auf kleinere Werthe reducirt und jedesmal der Draht wieder durch aufsteigende Gewichte im positiven Sinne tordirt. Dasselbe geschah nachher im entgegengesetzten Sinne. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle enthalten, in der  $T_0$  und  $P_0$  die bei den Reductionen erhaltenen temporären und permanenten Torsionen bezeichnen.

Die Resultate der ersten Beobachtungen (Reduction durch negativ wirkende Gewichte) sind genauer, da die

endgültige Wirkung der Gewichte länger abgewartet wurde. Sie sind deshalb in den Curven Taf. VI. Fig. 2 verzeichnet, deren Ordinaten die permanenten Torsionen  $P - P_0$ , deren Abscissen die tordirenden Gewichte angeben. Uebrigens ergeben die Zahlen beider Tabellen unmittelbar, dass von der bei der Reduction zurückbleibenden Torsion  $P$  an gerechnet die temporären sowie die permanenten Torsionen in beiden Fällen wesentlich die gleichen sind.

Red. durch $-40. T_0 = -350, P_0 = +80,5$				Red. durch $+40. T_0 = -409, P_0 = -8$				
	30	60	90	120	-30	-60	-90	-120
$T$	398	724	1056	1395	-729	-657	-984	-1338
$P$	84,8	93	105	118	-12	-20	-33	-54
$P-P_0$	3,5	12,5	24,5	37,5	-4	-12	-25	-46
$T-P$	314	631,5	951	1277	-317	-637	-951	-1274
$\Delta$	317	320	326		320	314	323	
Red. durch $-60. T_0 = -587, P_0 = +54$				Red. durch $+60. T_0 = -643, P_0 = 14$				
$T$	375	705	1043	1394	-308	-642	-975	-1334
$P$	61	74	93	118	7	-5	-24	-55,5
$P-P_0$	7	20	39	64	-14	-19	-38	-69,5
$T-P$	314	631	950	1276	-315	-637	-951	-1278,5
$\Delta$	317	319	326		322	314	327,5	
Red. durch $-80. T_0 = -820, P_0 = 27,5$				Red. durch $+80. T_0 = 884, P_0 = 41,6$				
$T$	351	687	1034	1394	-285	-623	-963	-1333
$P$	38	55	82,5	118	-32	-14	-13	-54
$P-P_0$	10,5	27,5	55	90,5	-9,6	-27,6	-54,6	-95,6
$T-P$	313	632	951,5	1276	-317	-637	-950	-1279
$\Delta$	319	319,5	325,5		320	313	329	
Red. durch $-100. T_0 = -1068, P_0 = -6,5$				Red. durch $+100. T_0 = 1130, P_0 = 76$				
$T$	326	671	1027	1397	-255	-602	-948	-1333
$P$	12	36	72	118	59	32	-2	-57
$P-P_0$	18,5	42	78,5	124,5	-17	-44	-78	-127
$T-P$	314	635	955	1279	-314	-634	-946	-1272
$\Delta$	321	320	324		320	312	336	
Red. durch $+120. T_0 = -1327, P_0 = -51$				Red. durch $+120. T_0 = 1393, P_0 = 116$				
$T$	290,6	648	1013	1396	-223	-586	-940	-1332
$P$	-21	17	62	115	90	50	8	-47
$P-P_0$	30	68	133	166	-26	-66	-124	-161
$T-P$	312	631	950	1281	-313	-636	-948	-1284
$\Delta$	319	320	330		323	312	336	

6. Resultate. Wird also ein Draht wiederholt durch bestimmte, nach entgegengesetzten Richtungen wirkende Kräfte  $\pm G_m$  in abwechselndem Sinne tordirt, bis die durch dieselben erzielten temporären und permanenten Torsionen  $T_{\pm m}$  und  $P_{\pm m}$  constant sind, und wird der Draht nochmals durch aufsteigende Gewichte im Sinne der letzten Torsion tordirt, wobei seine zurückbleibende permanente Torsion  $P_p$  constant bleibt, so steigen seine von der letzteren an gerechneten vorübergehenden Torsionen  $T_p - P_p$  nahezu proportional den wirkenden Gewichten auf. Nur eine sehr geringe Steigerung der Werthe  $\Delta$  ist bei den grösseren Torsionen bemerkbar.

Wird die durch das Gewicht  $G_{+m}$  erzeugte permanente Torsion  $P_{+m}$  eines Drahtes durch ein entgegenwirkendes Gewicht auf einen geringeren Werth  $P_n$  innerhalb der Grenzen  $P_{\pm m}$  reducirt und der Draht jetzt wieder durch aufsteigende Gewichte  $G_{(+)}$  tordirt, so wächst allmählich die permanente Torsion von  $P_n$  bis  $P_{+m}$ . Subtrahirt man dieselbe von den durch obige Gewichte  $G$  erzeugten temporären Torsionen, so sind wiederum die Differenzen  $T - P$  die gleichen, auf welchen Werth  $P_n$  auch innerhalb der ersten Grenzen  $P_{+m}$  und  $P_{-m}$  die Torsion  $P_{+m}$  reducirt worden war. Sie steigen dabei kaum schneller an, als der Proportionalität mit den wirkenden Gewichten entspricht und sind gleich den durch die gleichen Gewichte in aufsteigender Richtung erzeugten temporären Torsionen  $T_m - P_p$ . Innerhalb der Grenzen  $P_{\pm m}$  und  $T_{\pm m}$  ist also der Draht fast vollkommen elastisch, wenn man die durch die Kräfte erzeugten temporären Deformationen von den jedesmaligen Nulllagen an rechnet, also die vorübergehenden Torsionen allein in Betracht zieht. Nur die Verschiebung der permanenten Torsionslage nach der einen Seite bedingt also die Abweichung der totalen, von der ursprünglichen Gleichgewichtslage an gerechneten temporären Torsionen von der Proportionalität mit den wirkenden Kräften. Die permanente Torsion  $P_n$  nimmt dabei

bis zu  $P_m$  erst schneller, dann langsamer mit den aufsteigenden Kräften zu.

Aus den angeführten Versuchen folgt ferner unmittelbar, dass der Draht, der nach wiederholten Torsionen eine permanente Torsion  $P_{+m}$  erlangt hat, durch Kräfte  $G_{(-)}$ , welche nach der entgegengesetzten Seite wirken, wie die zuletzt angewandte tordirende Kraft  $G_{(+m)}$  stärkere temporäre Torsionen  $T_{(-)}$  erhält, als wenn die Kräfte  $G_{(+)}$  wiederholt nach der Seite der Kraft  $G_{(+m)}$  wirken. Die Differenz entspricht der Verschiebung der permanenten Torsionslage nach der negativen Seite.

7. Permanente Torsion eines öfter bis zu einer bestimmten Grenze tordirten Drahtes. Bei anderen Versuchen wurde an die von dem Draht getragene horizontale Scheibe ein vertical nach unten gerichtetes Blech in radialer Lage angelöthet. Seitlich vor demselben wurden horizontale Schrauben angebracht, gegen welche das Blech bei der Torsion des Drahtes gegenschlug. Wurde auf diese Weise ein 2 mm dicker, 480 mm langer, unten durch 9200 g belasteter Messingdraht durch die tordirenden Gewichte wiederholt bis zum Ausschlag um  $T_{sc}$  tordirt und dann durch langsames Heben der Gewichte detordirt, so ergaben sich seine permanenten Torsionen  $P_1$ :

	I			II		
	1.	2.	3.	1.	2.	3.
$T$	1387	1387	1387	2700	2661	2607
$P_1$	99,2	106,9	110	1056	1120	1136

Wurde der Draht bei Versuch I nochmals temporär auf 1387 tordirt, mit einem flachen Holzbrett leise geklopft und detordirt, so stieg  $P$  auf 115,2,  $P_1$  auf 115.

Also auch bei wiederholten gleichen oder sogar etwas abnehmenden temporären Torsionen eines Drahtes wachsen die denselben folgenden permanenten Torsionen. Letztere wachsen auch nach dem Erschüttern des temporär tordirten Drahtes.

8. Einfluss der Belastung. Bereits i. J. 1858<sup>1)</sup> habe ich gezeigt, dass ebenso, wie die Entdrillung eines permanent tordirten Eisendrahtes durch Magnetisiren von den den Draht belastenden Gewichten unabhängig ist, so auch innerhalb gewisser Belastungsgrenzen (bei Schwingungsversuchen) die Zähigkeit von Eisendrähten dieselbe Unabhängigkeit von ihrer Spannung besitzt<sup>2)</sup>, und erwähnt, dass dies bei Silberdrähten, namentlich bei höherer Temperatur, nicht mehr der Fall ist. Eine kurze Angabe ähnlicher Resultate über die Zunahme der Zähigkeit mit der Belastung ist i. J. 1865 von W. Thomson<sup>3)</sup> publicirt worden. Auch Braun<sup>4)</sup> hat neuerdings dahin einschlagende Versuche über die Einwirkung von zwei deformirenden Kräften in von einander unabhängigen Richtungen auf Körper angestellt.<sup>5)</sup>

In Anschluss an jene, weiter unten mitzutheilende Beobachtungen habe ich zunächst noch einige weitere Experimente über die statischen Zustände von Drähten angestellt, die sowohl verschiedenen spannenden, wie auch tordirenden Kräften unterworfen waren.

Zu diesen Versuchen wurde der unten an den Stab *g* des Torsionsapparates angehängte Eisenstab mit Gewichten durch einen Zinkbecher von 21 cm Höhe und 23 cm Durchmesser ersetzt, welcher an einem horizontalen Bügel hing. Der Becher war in der Mitte durch ein mehrfach durchbrochenes Zinkblech getheilt, um rotatorische Schwingungen des ihn erfüllenden Wassers zu vermeiden. Nahe seiner Axe senkte sich in den Becher bis etwa 2 cm von

1) Pogg. Ann. CIII. p. 575. 1858.

2) Pogg. Ann. CLIII. p. 391. 1874.

3) Phil. Mag. (4) XXX. p. 63. 1865.

4) Pogg. Ann. CLIX. p. 337. 1878.

5) Hierher gehören indirect auch die Beobachtungen über die stärkere Dämpfung von Schwingungen von Saiten und Stäben bei grösserer Spannung und Tonhöhe. (Vgl. u. A. Helmholtz, Tonempfindungen, p. 122; Warburg, Pogg. Ann. CXXXIX. p. 89. 1870; Braun, Pogg. Ann. CXLVII. p. 64. 1872 (Dissertation); auch CLI. p. 260. 1874.

seinem Boden eine ihn nirgends berührende Glasröhre von 5 mm Weite, die durch ein Kautschukrohr mit einem Gefäß voll Wasser verbunden war, durch dessen Heben und Senken Niveauänderungen des Wassers im Becher bewirkt werden konnten. Unten war an die Röhre eine Fassung angekittet, welche eine kleine, etwa 2 cm im Durchmesser haltende Halbkugel von Messingblech concentrisch zum Ende der Röhre trug. Dieselbe, sowie der untere Theil der Röhre war mit einem Stück von dichtem Flanell überbunden, so dass das Wasser durch die Röhre mit sehr geringer Geschwindigkeit in den Becher floss und die Last möglichst ohne Stösse auf den Draht wirkte, was bei derartigen Versuchen ganz besonders zu beachten ist und durch Schraubvorrichtungen, Anhängen der Gewichte mit den Händen u. s. f. durchaus nicht sicher erreicht werden kann. In der That blieb der an dem Torsionsapparat befestigte Spiegel völlig unverändert stehen, als bei nicht tordirtem Draht und freischwebender Spitze  $h$  Wasser durch die Röhre in den Becher eingeführt oder abgelassen wurde. Das Gesamtgewicht des am Draht hängenden Metallkreises nebst Klemme u. s. f., sowie des am unteren Ende der Röhre hängenden, bis zum Ende der Glasröhre mit Wasser gefüllten Bechers betrug 3220 g.

9. Belastung während der permanenten Torsion. Zunächst wurde ein ausgeglühter Messingdrath von 2 mm Dicke und 480 mm Länge zehnmal je 5 Minuten bis zum Anschlag um 2430 sc tordirt, während er unten mit 3220 g belastet war. Die permanenten Torsionen waren (je 5 Minuten nach der Detorsion)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
721	733	737	740,8	743,2	745,2	747	748	749	750

Wurden darauf in den unten am Drahte hängenden Becher 6000 g Wasser eingelassen, während der Draht sich in der permanenten Torsionlage befand, so sank durch die Erschütterung die permanente Torsion auf 748,7. Wurde dann der Draht wieder auf die frühere temporäre Torsion gebracht und detordirt, so stieg die permanente Torsion

auf 764 und bei einer zweiten Torsion und Detorsion auf 770. Wurde das Wasser abgelassen, so sank die permanente Torsion durch die Erschütterung auf 762,6, stieg aber bei einmaliger Torsion und Detorsion wieder auf 765.

10. Belastung während constanter temporärer Torsion. Wurde in analoger Weise ein neuer Draht mit der geringeren Belastung zehnmal bis zum Anschlag um 1952 Scalentheile temporär tordirt und detordirt, so betrugen die permanenten Torsionen:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
351	387,5	401	409	414	417,5	420,2	422,3	424	425,2

Der Draht wurde darauf nochmals bis zum Anschlag tordirt und, während er sich in der temporären Torsionslage befand, 6 kg Wasser in den ihn belastenden Becher eingelassen. Nach der Detorsion war die permanente Torsion auf 452 gestiegen, nach einer wiederholten Torsion und Detorsion auf 461.

Dieselben Versuche wurden in umgekehrter Reihenfolge ausgeführt, indem der Draht erst zehnmal während der Belastung tordirt und detordirt, und dann sowohl in der permanenten, wie in der temporären Torsionslage entlastet wurde. Es ergab sich

I Belasteter Draht zehnmal temporär tordirt auf 2283 sc.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
<i>P</i>	600	644	651	655	658	660,6	662,2	663,5	664,8	665,8

Wurde in der permanenten Lage das Wasser abgelassen, so sank *P* auf 662. Wurde der Draht wieder ohne Belastung auf 2283 sc. tordirt und detordirt, so stieg *P* auf 664 und bei einer zweiten Torsion und Detorsion auf 665,6.

II Belasteter Draht zehnmal temporär tordirt auf 1839 sc.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
<i>P</i>	350	385	397	304	309	312,5	315	316,8	318	319,5

Wurde der Draht in der temporären Lage entlastet und detordirt, so war die permanente Torsion 319,5 und stieg bei einer zweiten Torsion und Detorsion des entlasteten Drahtes auf 320.



Wirkt also eine Belastung auf einen Draht, während er nur bis zu einer bestimmten Grenze temporär tordirt wird, so zeigt sich eine Zunahme der permanenten Torsion, analog wie oben beim Erschüttern des Drahtes. Dies geschieht sowohl, wenn nach wiederholten temporären Torsionen das belastende Gewicht in der Lage der permanenten als auch wenn es in der der temporären Torsion an den Draht gehängt wird. Die Entlastung wirkt kaum, wenn auch in demselben Sinne.

11. Belastung während veränderlicher temporärer Torsion. Analoge Versuche wurden an einem Messingdrath von gleichen Dimensionen angestellt, wobei indess der Draht durch ein Gewicht (110 g) frei ohne Anschlag temporär tordirt und die Belastung in der permanenten Torsionslage geändert wurde. Um hierbei die Unterschiede des Verhaltens bei verschiedenen Belastungen stärker hervortreten zu lassen, wurde der Draht auf 100° erhitzt. Er war hierzu mit seinen Klemmen in einem verticalen Messingrohr von 15 mm Durchmesser aufgehängt, welches von einer etwas kürzeren, 6 cm weiten Messingröhre umgeben war. Die Enden der letzteren waren durch konische Ansätze mit denen der ersteren verbunden. Dieser ganze Erwärmungsapparat war der Länge nach in zwei Hälften getheilt, die auf der longitudinalen Schnittfläche zugelöthet und durch Charniere miteinander verbunden waren, um so den Draht leichter einhängen zu können. In beide Hälften wurde gleichzeitig durch seitliche Röhren von oben Wasserdampf eingeleitet und von unten abgeleitet.

Die temporären und permanenten Torsionen waren die folgenden. Dabei bedeutet  $P_0$  die permanente Torsion nach Aenderung des belastenden Gewichtes:

$G$	$P_0$	$T$	$T_1$	$P_1$	$T_1 - P_1$
3220	—	1475	1502	96	1406
"	—	1501	1515	120	1395
"	—	1511	1518	130	1338
"	—	1516	1521	137	1384
"	—	1519	1522	141	1381
"	—	1522	1524	144	1380
"	—	1524	1525	146	1379
"	—	1524,2	1525,2	148	1777
"	—	1524	1525,2	149	1376
9220	140	1570	1627	241	1386
3220	235	1620	1626,5	242	1384
9220	237	1636	1671	282	1389
3220	265	1659	1667	279	1388
9220	272	1673	1685	298	1387
3220	285	1677	1681	293	1388

Nachdem also der Zustand des Drahtes nach wiederholten Torsionen und Detorsionen constant geworden ist, bewirkt eine Zunahme der Belastung, die ihm während seiner Detorsion ertheilt wird, eine Zunahme der folgenden temporären und permanenten Torsion; bei der darauf folgenden Abnahme der Belastung bleibt die endliche temporäre und permanente Torsion fast ungeändert (vgl. § 14). Nimmt man aber die Differenzen zwischen der temporären und permanenten Torsion, nachdem der Draht einmal belastet war, so bleiben dieselben fast völlig gleich. Durch die Belastung verschiebt sich also (ähnlich wie oben § 5) nur die permanente Gleichgewichtslage, von der aus gezählt die durch das tordirende Gewicht erzielten vorübergehenden Torsionen constant sind. In diesem Sinne hat der auf einen constanten Zustand gelangte Draht bei verschiedener Belastung gleiche Elasticität.

12. Torsion eines abwechselnd verschieden belasteten Drahtes. Eine ähnliche Wirkung der verschiedenen Belastung des Drahtes zeigt sich bei der Torsion desselben durch aufsteigende Gewichte  $g$  bei abwechselnd schwächerer und stärkerer Belastung durch die Gewichte  $G$ . Die Versuche wurden an einem Messingdraht von gleichen Dimensionen, wie die früheren, und bei 100° angestellt. Es ergab sich:

$g$	$G$	$P_0$	$T$	$T_1$	$P_1$	$T_1 - P_1$	$\Delta T_1$	$\Delta P_1$	$\Delta(T_1 - P_1)$
44	3220	—	470	471	3,2	467,8	113	5,3	107,7
54	9220	3	583	584	8,5	575,5	105	1,8	103,2
64	3220	6,5	689	689	10,3	678,7	117	6,7	110,3
74	9220	9,5	804	806	17	789	111,5	3,5	107
84	3220	16	916,5	917,5	21,5	896	128,5	18,3	110
94	9220	21,3	1041	104,6	39,8	1006,2	115	9,7	111,3
104	3220	38,5	1161	1167	49,5	1117,5	150	38,2	115,8
114	9220	48,5	1311	1323	87,7	1235,3	148	25,3	120,0
124	3220	84	1459	1468	113	1355	220	107	140
134	9220	111	1679	1715	220,1	1495			

Die Differenzen  $\Delta$  zeigen deutlich, dass die Werthe  $T_1$  und  $P_1$  beim Uebergang vom unbelasteten zum belasteten Draht jedesmal relativ schneller anwachsen, als im gegentheiligen Falle, dagegen die Werthe  $T_1 - P_1$  fast regelmässig zunehmen.

13. Endlich bemerkt man den Einfluss der verschiedenen Dehnung auch bei abwechselnd gerichteten Torsionen.

Ein Messingdraht von den frühern Dimensionen wurde abwechselnd unter schwächerer und stärkerer Belastung nach beiden Seiten bis zu einer bestimmten temporären Torsion  $\pm T$  gedreht und darauf die permanente Torsion  $\pm P$  beobachtet. So war

$T = -1479$		$T = +1479$		$T = -1479$		$T = +1479$	
$G$	$P_1$	$G$	$P_1$	$G$	$P_1$	$G$	$P_1$
1. 3220	-152	3220	+160	8. 3220	-163	3220	+175
2. „	-154	„	+166	9. „	-152	„	+170
3. „	-150	„	+168	10. „	-150	„	+171
4. „	-151	„	+166	11. 9220	-171	9220	+187
5. 9220	-188	9220	+207	12. „	-163	„	+182
6. „	-183	„	+200	13. 3220	-157	3220	+171
7. „	-175	„	+191				

Ist also bei schwächerer Belastung der Draht bei den abwechselnd gerichteten Torsionen auf einen solchen Zustand gekommen, dass er stets wieder dieselben positiven und negativen permanenten Torsionen annimmt, so wachsen dieselben bei stärkerer Belastung, nehmen aber bei wiederholten temporären Torsionen allmählich ab und

nähern sich den bei den schwächeren Belastungen erhaltenen.

14. Einfluss sehr oft wiederholter Belastungen. Die bisher erwähnten Wirkungen der verschieden starken Belastung des Drahts äusserten sich stets, bevor derselbe in den constanten Zustand gelangt war, bei welchem er unter denselben Bedingungen sich auch jedesmal wieder ganz gleich verhält. Es war noch zu untersuchen, ob auch nach Ablauf dieses variablen Zustandes des Drahtes die Aenderungen der Belastung einen Einfluss auf seine Torsion ausüben.

Hierzu wurde ein wohl ausgeglühter Messingdrath von 2 mm Durchmesser und 480 mm Länge in den Apparat eingefügt, unten mit dem leeren Becher belastet, nochmals gegläht und sodann durch 100 g wiederholt temporär tordirt und detordirt und, wie schon früher, sowohl die Werthe  $T$  und  $T_1$ , wie  $P$  und  $P_1$  abgelesen. So war

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
$T$	1952	2078	2113	2133	2138	2144	2146	2148
$T_1$	2106	2123	2141,5	2146	2149	2153	2154,5	2160 <sup>1)</sup>
$P$	409	445	479	489	498	503	507	517
$P_1$	386	430	472	484	492	498	503	509
$T_1 - P_1$	1720	1693	1669,5	1662	1657	1658	1651,5	1651

	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
$T$	2154	2155	2158	2157	2158	2165	2161
$T_1$	2160	2161	2162	2163	2164	2169	2168
$P$	516,5	517	521,5	523	523	526,5	
$P_1$	511	513	516	518	520	522,5	
$T_1 - P_1$	1649	1648	1646	1645	1644	1646,5	

Nachdem der Draht auf diese Weise sich nicht mehr wesentlich änderte, wurden abwechselnd während seiner temporären Torsion 7 kg Wasser in den Becher zu- und abgelassen. Dabei waren die temporären Torsionen  $T_z$  und  $T_a$

	I	II	III	IV	V	VI
$T_z$	2167	2179 (2188)	2191	2194	2194	2194,5
$T_a$	2181	2194	2200	2198	2200	2203.

1) Kleine Erschütterung.

Darauf wurde der Draht durch Heben der tordirenden Gewichte entdrillt; seine permanente Torsion war sofort 559, nach längerer Zeit 552. Wurde dann wieder Wasser in den Becher zu- und abgelassen, so waren die permanenten Torsionen  $P_z$  und  $P_a$

	I	II	III	IV
$P_z$	542	542	541	541
$P_a$	549	549	549	549.

Zunächst bewirken also bei der temporären Torsion die ersten Belastungen sowohl wie auch die Entlastungen eine Zunahme derselben, bei der permanenten Torsion die erste Belastung eine Abnahme. Ist diese Wirkung abgelaufen, so findet bei den vorliegenden Versuchen scheinbar in beiden Fällen bei der Belastung eine Abnahme, bei der Entlastung eine Zunahme um den geringen Werth von 6—9 Scalentheilen statt. Um zu untersuchen, ob diese kleine Wirkung nicht in der Construction des Apparates trotz möglichst sorgfältiger Anordnung begründet sein könnte, wurde der Draht von Neuem entlastet. Die Einstellungen des Spiegels entsprachen vor und nach der Belastung resp. 584,7 und 579,2 sc. Die Differenz beträgt +5,5 zu Gunsten der Entlastung. Wurde dagegen der Stahlring herunter geschraubt, in welchem die unten am Draht befestigte, durch ihn centrisch erhaltene Spitze schwebte, so blieb die Einstellung völlig unverändert auf 587. Wurde darauf der Draht auf 2212 sc. temporär tordirt, dann langsam in die permanente Torsionslage 494, nach längerer Zeit 488, übergeführt und nun abwechselnd unten belastet und entlastet, so war

	I	II	III	IV	V	VI
$P_z$	482,5	480,8	480,1	479	478,8	478,8
$P_a$	481,8	480,2	480	478,8	478,8	478,8

Nachdem also hier die ersten Wirkungen abgelaufen sind, die zuerst bei jeder Veränderung der Dehnung eine Abnahme der permanenten Torsion bewirken, bleibt die

letztere völlig unveränderlich. Die oben beobachteten, kleinen schliesslichen Veränderungen von  $Pz$  und  $Pa$ , sowie  $Tz$  und  $Ta$  sind also kleinen Rollungen der Stahlspitze in dem Ringe zuzuschreiben, welche stets eintreten müssen, wenn dieselbe bei der Wirkung der tordirenden Gewichte auf die eine Seite des Stahlringes gedrückt, an derselben gedreht und dann bei den Belastungsänderungen dem Centrum oder einer anderen Stelle des Rings genähert wird. —

Hat demnach der Draht seinen constanten Zustand erlangt, so üben Veränderungen der Belastung innerhalb der Versuchsgrenzen keinen wesentlichen Einfluss auf seine temporäre und permanente Torsion aus.

15. Drehung der Molecüle. Bereits in meinen Abhandlungen vom Jahre 1858 bis 1862 habe ich mich bemüht, durch die Untersuchung der Wechselbeziehungen zwischen dem mechanischen und magnetischen Verhalten der Körper bei den Gestaltsveränderungen derselben neben der Verschiebung ihrer Molecüle aneinander zugleich auch experimentell die Richtungsänderungen ihrer Axen, resp. ihre Drehungen um ihren Schwerpunkt nachzuweisen und zu zeigen, dass stets sowohl jene Verschiebungen von den letzt erwähnten Drehungen begleitet sind, welche durch die Aenderungen des Magnetismus der Körper zu beobachten sind (bei den Torsionen temporärer und permanenter Magnete), wie auch, dass umgekehrt eine Drehung der Molecüle eine Verschiebung derselben zur Folge haben kann (beim Durchleiten eines Stromes durch einen Magnet).

Will man überhaupt die Existenz discreter Molecüle in den Körpern zugeben, so dürfte durch jene Versuche nicht nur im Allgemeinen die Existenz präformirter, um ihren Schwerpunkt drehbarer und verschiebbarer, eventuell magnetischer Molecüle experimentell nachgewiesen, sondern auch, wenigstens im Allgemeinen, die Art und Weise festgestellt sein, in der sie sich in einzelnen Fällen bei äusseren Gestaltsänderungen drehen (z. B. bei der Torsion vom Strom durchflossener Eisendrähte u. dgl. m.). So gelingt es auch

nachzuweisen, wie bereits auch aus Wertheim's Beobachtungen hervorgeht, dass magnetische Stahldrähte, welche zuerst tordirt und dann in die permanente Torsionslage resp. absolute Nulllage übergegangen sind, nach aussen eine Polarität zeigen, dass also ihre Molecüle noch eine merkliche Drehung bewahren. Die im Anschluss an W. Weber von F. Kohlrausch <sup>1)</sup> (1866) aufgestellte Hypothese, dass die elastische Nachwirkung von einer Drehung der Molecüle herrühre, wodurch eine Aenderung der Molecularkräfte hervorgebracht wird, ohne dass die Mittelpunkte der Theilchen ihre gegenseitige Stellung zu ändern brauchen, hätte durch Bezugnahme auf diese Resultate von vornherein eine ganz positive Unterlage gefunden.

Ebenso enthalten obige Ergebnisse, namentlich auch der Nachweis des Magnetismus eines völlig zur Nulllage zurückgeführten, zuerst durch einen hindurchgeleiteten Strom transversal magnetisirten, tordirten Drahtes im Verein mit den Beobachtungen über das eigenthümliche Verhalten gebogener und dann entbogener, resp. tordirter und dann detordirter Körper bei Temperaturänderungen oder kleinen Erschütterungen bereits direct einen anderen Satz, den F. Kohlrausch <sup>2)</sup> (1876) aus dem so interessanten zeitlichen Verlauf der Torsion eines wiederholt nach entgegengesetzten Richtungen gedrehten Drahtes abgeleitet hat. Nach diesem Satze können „mit einer und derselben Gestalt verschiedene Anordnungen (der Molecüle) verbunden sein und gibt es Kräfte der Elasticität, welche die Gestalt eines Körpers zeitweilig von seiner Gleichgewichtslage entfernen können.“ Es treten hier eben verschiedene Gleichgewichtslagen der Molecüle ein, die durch das magnetische Verhalten ohne Weiteres erkannt worden sind, und aus denen dieselben durch verschiedene Ursachen, auch mit der Zeit, in stabilere Lagen übergeführt werden können.

1) Pogg. Ann. CXXVIII. p. 414. 1866; auch Braun. Pogg. Ann. CLIX. p. 337. 1876.

2) Pogg. Ann. CLVIII. p. 375. 1876.

Nach den bisher erwähnten und vielen ähnlichen Erfahrungen erscheint die Untersuchung des Magnetismus deformirter Körper ganz besonders geeignet, über die molecularen Vorgänge in denselben Aufschluss zu erhalten, deren Kenntniss für eine vollständige Theorie der Deformationen unbedingt vorausgesetzt werden muss. Nur stellt sich dabei insofern eine Complication ein, als zu den rein mechanischen Verhältnissen noch die magnetischen Wechselwirkungen der Molecüle secundär hinzutreten. Abgesehen davon kann eine von aussen auf einen magnetisirbaren Körper wirkende Kraft in dieser Beziehung ganz wie jede andere, mechanisch wirkende aufgefasst werden, nur dass sie die Molecüle in anderen Bahnen bewegt, wie diese.

16. Erschütterungswirkung. Ich habe nun u. A. gezeigt, dass die temporäre Torsion (resp. Biegung) eines Körpers ebensowohl durch kleine Erschütterungen, wie durch die Magnetisirung, d. h. durch Bewegung der Molecüle in wesentlich anderen Bahnen, wie bei der ersten Deformation, ebenso auch durch Temperaturänderungen vermehrt, die permanente Torsion (resp. Biegung) vermindert wird, und in gleicher Weise die ersten kleinen Gestaltsveränderungen, Erschütterungen und Erwärmungen auf den temporären und permanenten Magnetismus wirken. Diese Einwirkungen haben direct keine mit der ursprünglichen Verschiebungsrichtung der Molecüle zusammenfallende Componente und sind zunächst unabhängig von der Richtung der die erste Deformation bewirkenden Kraft. Ich hatte deshalb die Wirkung dieser Einflüsse als „Erschütterungswirkung“ bezeichnet, durch welche die Molecüle beweglicher werden und sich mehr und mehr entsprechend den von aussen wirkenden Kräften in neue Gleichgewichtslagen einstellen. Ich hatte diese Erschütterungswirkung getrennt von den schon neben derselben hergehenden, indess erst nach ihrem Ablauf ungestört von ihr hervortretenden regelmässigen Deformationen.<sup>1)</sup>

1) Analog hat Streintz später (1874) mit dem Namen „Accommodation“ die Eigenschaft der Drähte bezeichnet, zufolge welcher



Bei den zunächst beobachteten Gleichgewichtszuständen der Drähte kann sich die Erschütterungswirkung in verschiedener Weise zeigen. Einmal besteht sie nur allein in einer Drehung der Molecüle um ihren Schwerpunkt, wie z. B. bei der Abnahme des permanenten und der Zunahme des temporären Magnetismus durch die ersten Erschütterungen, Erwärmungen u. s. f.

Ferner können die Erschütterungswirkungen eine Drehung der Molecüle um ihren Schwerpunkt ohne eine direct wahrnehmbare Gleitung derselben aneinander bewirken, welche nachher erst eine Aenderung ihrer Verschiebungen aneinander zur Folge haben kann, wie z. B. bei den ersten Aenderungen (Zunahme oder Abnahme) der Belastung eines in unveränderlicher temporärer Torsionslage festgestellten Drahtes (§ 9), durch welche nach der Detorsion die permanente Torsion des Drahts in ganz gleicher Weise wächst, wie wenn der Draht öfter bis zu seiner temporären Torsionslage gedreht worden wäre.

Endlich kann die Erschütterungswirkung gleichzeitig eine Drehung der Molecüle und eine Verschiebung derselben aneinander bewirken. Dies zeigt sich z. B., wenn man einen permanent tordirten Draht erschüttert oder belastet, erwärmt oder magnetisirt, wobei seine permanente Torsion zunächst abnimmt; (vgl. meine Beobachtungen v. J. 1858 und diese Abh. § 9). Das von Braun<sup>1)</sup> (1876) gefundene Resultat, dass permanente Gestaltsänderungen eines Körpers in einer bestimmten Richtung durch Veränderungen in einer wesentlich anderen, von ersterer unabhängigen Richtung vermindert werden, ist bereits vollständig hierin enthalten.

Die entsprechende Wirkung erfolgt auch, wenn ein temporär tordirter Draht, der frei dem Zuge der tordirenden Gewichte folgen kann, Belastungsänderungen er-

sich ihr Widerstand gegen Verdrehungen innerhalb der Elasticitätsgrenze (?) vermindert, je öfter solche Verdrehungen stattfinden. (Pogg. Ann. CLIII. p. 406; Wien. Ber. LXIX. März 1874. p. 38. Sep.-Abdr.).

1) Pogg, Ann. CLIX. p. 337. 1876.

fährt und dadurch sowohl seine temporäre, wie auch nachher seine permanente Torsion wächst.

17. Diese Erschütterungs- oder Accommodationswirkungen dürften in ähnlicher Weise aufzufassen sein, wie wenn durch Aufeinanderschleifen rauher Flächen ihre Reibung aneinander vermindert würde. Die in jedem Draht vorhandenen Molecülgruppen werden bei der Deformation aneinander verschoben und ihr Zusammenhalt mehr oder weniger zerstört, so dass sie beweglicher werden und den von aussen wirkenden Kräften weiter folgen als vorher. An dem „Kreischen“ des Zinns bei den Biegungen nach einer und nachher nach einer anderen Richtung kann man die diesen rein mechanischen Umlagerungen der Krystallgruppen entsprechenden Erschütterungen der ganzen Masse direct hören. Die Molecüle nehmen dabei allmählich neue stabile Gleichgewichtslagen an, sowohl in Betreff ihrer relativen Lage, als auch der Orientirung der in ihnen supponirten Axen.

Finden dabei die Deformationen nacheinander oder auch zugleich in verschiedenen, von einander unabhängigen, z. B. in zwei aufeinander senkrechten Richtungen statt, so können durch diese doppelte Bewegung die Molecüle noch beweglicher werden, als wenn sie nur in einer Richtung stattfände, indem nun die Drehungen der Molecüle durch beide Einflüsse bedingt werden. So wissen wir z. B., dass sowohl durch die Torsion, als auch durch die Dehnung die Molecüle magnetischer Drähte wirklich in verschiedener Art gedreht werden.

Die Erscheinung, dass ein belasteter Draht unter gewissen Verhältnissen, z. B. bei höheren Temperaturen, durch tordirende Kräfte eine stärkere temporäre und permanente Torsion erhält, als ohne Belastung, (§ 12) und dass dasselbe auch bei der temporären Drillung bis zu einer festen Grenze für die zurückbleibende permanente Torsion gilt (§ 10), dürfte hierdurch zum Theil bedingt sein. Die Dehnung könnte indess auch noch in der Weise wirken, dass durch sie die Molecüle des Drahtes stärker aneinander

gepresst und somit bei der Torsion weiter um ihre Schwerpunkte gedreht werden, welche Drehung dann auch eine weitere Verschiebung der permanenten Gleichgewichtslagen der somit anders orientirten Molecüle neben einander zur Folge haben kann, über die hinaus die Verschiebungen bis zur temporären Torsion ( $T_1 - P_1$ ) von der Belastung vollkommen unabhängig sind. Bei wiederholten Torsionen hören die Unterschiede des Verhaltens des Drahts mit und ohne Belastung bei erhöhter Beweglichkeit der Molecüle mehr und mehr auf; sie fallen also wesentlich in die Periode der Accommodation, (vgl. die Schwingungsversuche § 24) und sind durchaus nicht allgemein gültig.

Der von Braun<sup>1)</sup> aufgestellte Satz, dass ein Körper, welcher gleichzeitig zwei temporäre Deformationen nach zwei von einander unabhängigen Richtungen  $A$  und  $B$  erfährt, eine grössere permanente Deformation nach der einen Richtung  $A$  behält, als wenn nur die temporäre Deformation in der Richtung  $A$  allein gewirkt hätte, dürfte ganz mit obigen Erfahrungen im Einklang sein und wohl auch nur für die Accommodationsperiode gelten.

Hat ein Körper die Unhomogenität innerhalb der durch die wiederholt angewandten, zunächst einseitigen Deformationen bedingten Grenzen verloren und haben sich seine Theilchen „accommodirt“, so treten die regelmässigen Erscheinungen mehr und mehr hervor. Dabei sind die durch verschiedene Kräfte in der Richtung der Deformationen verursachten Verschiebungen der Molecüle den Kräften direct proportional, vorausgesetzt, dass dieselben nicht allzu weit an die erste deformirende Maximalkraft heranreichen. Die Abweichungen hiervon in den extremen Lagen, über welche hinaus sich der Draht mehr oder weniger wie ein noch unveränderter verhält (s. meine Abh. v. J. 1858), können davon herrühren, dass in ihnen die Molecüle noch nicht gleiche Beweglichkeit besitzen, wie ferner von denselben.

1) Pogg. Ann. CLIX. p. 382 u. f. 1876.

Werden darauf die Deformationen nach der entgegengesetzten Seite ausgeführt, so drehen sich und verschieben sich die Moleculé innerhalb neuer Grenzen, zwischen denen die Homogenität noch nicht hergestellt ist; der Körper verhält sich mehr oder weniger wie ein frischer; eine Verschiebung der permanenten Gleichgewichtslagen tritt nach der Richtung der neuen temporären Deformationen ein, bis sich nach Wiederholung derselben der Draht auch nach dieser Seite wie nach der anderen verhält.

18. Torsion verschiedener Stellen. Wird ein Draht abwechselnd nach entgegengesetzten Richtungen deformirt, so ist es durchaus nicht unbedingt nothwendig, namentlich ehe der Körper accommodirt ist, dass dabei stets die gleichen Moleculargruppen bewegt und gerichtet werden. Ebenso wie bei der Entmagnetisirung eines Magnets Folgapunkte entstehen können (worauf ich an anderer Stelle zurückkommen werde), können sie sich auch z. B. bei einen zuerst tordirten, dann entgegengesetzt gedrehten Stäbe zeigen. Bei geringen Torsionen ist dies nicht direct erkennbar, bei grösseren sehr wohl. Um dies nachzuweisen, wurde ein 15 mm dicker, 160 mm langer, weicher Kupferstab am einen Ende in einen Schraubstock eingespannt, am anderen um  $720^\circ$  tordirt und dann ebenso weit zurückgedreht. An den wellenförmig gewundenen Fasern ersah man ganz deutlich, dass die Detorsion an den Enden des Stabes am stärksten, der Mitte zu aber viel geringer war. Indem die verschieden weit von ihren endlichen Gleichgewichtslagen entfernten Moleculargruppen eines solchen Stabes infolge der elastischen Nachwirkung gleichzeitig mit verschiedener und variabler Schnelligkeit denselben zustreben und diese Bewegungen sich summiren, kann eine alternirend gerichtete Drehung des freien Endes des Stabes eintreten, wie sie von F. Kohlrausch beobachtet worden ist.<sup>1)</sup> Auch die mehr oberflächlichen und mehr centralen

1) Vgl. auch die Versuche von Neesen (Pogg. Ann. CLVII. p. 584. 1876) und O. E. Meyer, Pogg. Ann. CLIV. p. 357. 1875; Wied. Ann. IV. 252. 1878.

Schichten des Drahts, welche bei der Torsion verschieden gedehnt und gepresst sind, können von der Detorsion in verschiedenem Maasse betroffen sein und diese interessante Erscheinung mit bedingen.<sup>1)</sup>

19. Permanente Deformationen. Es ist endlich die in verschiedener Art beantwortete Frage zu besprechen, ob die nach Aufhebung der deformirenden Kraft nach langer Zeit zurückbleibende Deformation (Torsion) auf eine neue, dem jeweiligen Zustand des Körpers entsprechende stabile Gleichgewichtslage der Moleculé zurückzuführen ist, oder ob dieselbe nur ein Uebergangsstadium ist, durch welches hindurch der Körper, wenn auch äusserst langsam, der absoluten Nulllage, die er vor jeder Deformation besass, zustrebt. Die erstere Ansicht dürfte indess doch wohl die richtige sein, denn einmal würde sonst ein Körper überhaupt ohne Temperaturänderungen u. s. f. keine dauernde Gestaltsänderungen erfahren können, und alle Körper müssten allmählich in ihre ursprüngliche Gestalt zurückkehren. Ein zweiter Grund dafür, dass die bei wiederholter Torsion eines Drahtes nach einer Seite erlangte permanente Torsion einer constanten Gleichgewichtslage entspricht, ist auch der, dass die nach derselben Seite durch schwächere Kräfte erzeugten, von jener Lage an gerechneten vorübergehenden Torsionen den Kräften proportional sind. Endlich ist daran zu erinnern, dass bei dem Oeffnen eines einen Stahlstab temporär magnetisirenden Stromes die aus ihrer absoluten Ruhelage abgelenkten Molecularmagnete mit sehr grosser Geschwindigkeit plötzlich in neue permanente Gleichgewichtslagen zurückspringen, welche der permanenten Magnetisirung entsprechen, ohne dass die letztere sich dabei sofort oder im Laufe der Zeit merklich vermindert.

1) Vgl. auch Tresca, Compt. rend. LXXIII. p. 1104, 1153. 1871.

20. *Elastische Nachwirkung.* Es ist vor auszusehen und wird durch die Versuche bestätigt, dass die Moleculë bei wiederholten Deformationen sowohl ihre temporäre, wie ihre permanente Gleichgewichtslage immer schneller erreichen, je öfter der Körper nach der betreffenden Richtung deformirt wird. Die elastische Nachwirkung läuft also in den verschiedenen Zeiten der Accommodation eines Körpers verschieden schnell ab. Ist ferner ein Körper, z. B. ein Draht, oft nach entgegengesetzten Richtungen hin und her deformirt (tordirt) worden, so ist es für den Verlauf der elastischen Nachwirkung nicht gleichgültig, ob der Draht noch einmal im Sinn der letzten Torsion tordirt wird und nun wieder auf seine vorige permanente Torsion zurückkehrt oder ob er nach der entgegengesetzten Seite tordirt wird, wobei sich seine permanente Gleichgewichtslage verschiebt. Ein Draht kann also nicht ohne Weiteres durch öfteres Hin- und Herdrehen für die Beobachtung der elastischen Nachwirkung auf einen bestimmten elastischen Zustand gebracht werden, sondern es ist auch die Richtung der neuen Torsion zu beachten. In diesem Sinne wären wohl den früheren sorgfältigen und ausführlichen Untersuchungen über die elastische Nachwirkung noch weitere Beobachtungen beizufügen, die namentlich auch für die Theorie der Torsionsschwingungen u. s. f. von Wichtigkeit sein würden.<sup>1)</sup>

1) In Betreff der Theorien über die elastische Nachwirkung vgl. ausser den an anderen Orten in dieser Arbeit citirten Abhandlungen auch namentlich die Abhandlungen von O. E. Meyer, Pogg. Ann. CLL p. 168. 1874; Borchardt's J. LXXVII. p. 130, LXXX. p. 315; Neesen, Pogg. Ann. CLIII. p. 498. 1874; Warburg, Wied. Ann. IV. p. 232. 1878; Boltzmann, Wiener Ber. LXX. Oct. 1874; Wied. Ann. V. 430. 1878. und die auf die Anschauungen von Cl. Maxwell gegründeten Betrachtungen von Butcher, Proceed London. Math. Soc. VIII. p. 110—112. 1878. Beibl. II. p. 625. Die ersteren Arbeiten behandeln zugleich die Ursachen der Abnahme der Schwingungsweiten der Körper, z. B. bei Torsionsschwingungen.

21. Torsionsschwingungen. Erst nach dem Studium der statischen Zustände, welche ein Körper durch abwechselnd gerichtete Kräfte erreicht, scheint es uns möglich zu sein, auch die Vorgänge bei seinen elastischen Schwingungen genauer zu discutiren, da bei diesen offenbar ganz dieselben Erscheinungen zur Geltung kommen müssen, wie bei ersteren, nur mit dem Unterschied, dass der zeitliche Verlauf der elastischen Nachwirkung bei ihnen nicht abgewartet wird.

Da nach den vorhergehenden Erörterungen ein hin und her tordirter Draht sich bei dem Tordiren nach einer Seite der jeweiligen Gleichgewichtslage ganz anders verhält, als beim Tordiren nach der anderen, so kann die Hypothese, wonach die Abnahme der Schwingungsweiten, z. B. bei Torsionsschwingungen, einfach auf eine Widerstandskraft, eine innere Reibung zurückzuführen ist, welche für den ganzen Verlauf der Schwingungen eine Function der Geschwindigkeit wäre, nicht mehr aufrecht erhalten werden. Ebenso wenig kann die elastische Nachwirkung allein zur Erklärung genügen, wenn man z. B. annimmt, dass die den um  $x$  elongirten Draht antreibende Kraft  $\frac{d^2x}{dt^2}$  nicht einfach von  $x$  abhängt (z. B. nicht gleich  $ax$  ist), sondern, da der Draht die Gleichgewichtslage zur Zeit  $t$  noch nicht erreicht hat, gleich  $a(x - p)$  ist, wo  $p$  eine Function von  $x$  und  $t$  wäre (z. B.  $\frac{dp}{dt} = -\alpha p$ ).<sup>1)</sup>

Vielmehr liegt der Hauptgrund für die Verminderung der Schwingungsweiten nach obigen Beobachtungen in der Verschiebung der permanenten Torsionslage bei jeder Ausschwingung, neben der dann die langsame zeitliche Veränderung derselben, die elastische Nachwirkung, eine secundäre Rolle spielt. Vernachlässigen wir diese letztere zunächst und betrachten einen durch häufige Hin- und Herschwingungen innerhalb gewisser Gränzen accommo-

1) Vgl. Neesen, Berl. Monatsber. 1874, 12. Febr.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. VI.



dirten Draht, so würde sich der Vorgang bei den alternirenden Schwingungen in der einfachsten Form in folgender Weise gestalten.

- Wir wollen in der absoluten ersten Ruhelage des Drahts vor jeder Torsion in seinen Molecülen Axen parallel der Drahtaxe verzeichnen. Es sei der Draht zunächst durch häufige Hin- und Herdrillungen accommodirt und dabei zuletzt nach der positiven Seite um einen Winkel  $+a$  temporär tordirt worden, wobei die Molecüle sich mit den unteren Enden ihrer Axen von der Drahtaxe aus gesehen etwa nach links um einen Winkel  $+a$  drehen mögen. Die Richtung dieser Drehung selbst folgt aus meinen magnetischen Versuchen.<sup>1)</sup> Wird der Draht langsam in die permanente Torsionslage  $+b$  zurückgeführt, so behalten die Axen der Molecüle noch einen Theil  $+\beta$  ihrer Linksdrehung bei. Erhält jetzt der Draht einen Anstoss nach der positiven Seite, der ihn wieder etwa bis  $+a$  elongirt, so schwingt er nach den Gesetzen der vollkommenen Elasticität auch wieder nach der Lage  $+b$  zurück.
- \* Schwingt er nun über diese Lage weiter nach rechts und hätten die Molecüle bei ihrer Drehung gar keine Reibung aneinander zu überwinden, so würde er bis zu der Elongation  $-a$  gelangen, da nach § 6 dieselbe Kraft, welche ihn von  $+b$  nach  $+a$  tordirt, ihn in entgegengesetzter Richtung von  $+b$  nach  $-a$  tordirt, wobei die Axen der Molecüle ebenso weit, um  $-\alpha$ , nach rechts, wie vorher nach links gedreht würden.
  - Wiederum ginge der Draht mit vollkommener Elasticität nach der Lage  $-b$  zurück, wo die Molecüle um  $-\beta$  gedreht wären u. s. f.

Die Hin- und Herbewegungen des Drahtes sind zwischen  $\pm a$  und  $\pm b$  vollkommen elastische; deshalb müssen sich innerhalb dieser Grenzen die Arbeitsleistungen bei den Ausschwingungen und Rückschwingungen vollständig compensiren. In der That erfolgt aber eine Abnahme der Schwingungsweiten; der Verlust an lebendiger Kraft dabei

1) Pogg. Ann. CXVII. p. 203. 1862.



kann daher nur der Arbeit entsprechen, welche für die Aenderung der Gleichgewichtslagen, resp. die dieselben bestimmende Drehung der Molecüle von  $+\beta$  nach  $-\beta$  verbraucht wird. Obige Abnahme kann also als ein Maass für diese Arbeit gelten.

Da die Verschiebung der permanenten Torsionslage nach der Accommodation innerhalb gewisser enger Grenzen, ebenso also auch annähernd die Drehung der Molecüle dabei der temporären Torsion proportional ist, so müssen die Schwingungsweiten innerhalb dieser Grenzen nach dem Gesetz einer geometrischen Reihe abnehmen.

Hierbei wäre indess selbstverständlich für eine vollständigere Betrachtung noch auf die secundäre Wirkung des zeitlichen Verlaufs der elastischen Nachwirkung Rücksicht zu nehmen.

22. Schwingungsversuche. Im Verhältniss zu der Verschiebung der permanenten Gleichgewichtslage selbst kann der dabei erfolgende Verlust an lebendiger Kraft relativ sehr klein sein, wie sich auch aus Schwingungsversuchen unmittelbar ergibt.

Der Draht, welcher zu den § 4 erwähnten Versuchen benutzt worden war und im Ganzen mit 8175 g belastet war, wurde in Torsionsschwingungen versetzt. Die Elongationen  $A_1$  und  $A_{50}$  seiner 1. und 50. Schwingung nach derselben Seite betragen in Scalentheilen:

$A_1$	520 — 390 = 130	500 — 372 = 128
$A_{50}$	416 — 394 = 22	525 — 378 = 147
$A_1$	570 — 534 = 36	516 — 387 = 129
$A_{50}$	559 — 346 = 213	512 — 390,5 = 121,5

Um den Einfluss des Luftwiderstandes schätzen zu können, wurde auf die den Draht belastenden Gewichte eine ihnen an Form nahe gleiche, leichte Pappschachtel gesetzt, die zugleich einen dem Messingkreis ähnlichen Pappiring und einige, die excentrischen Theile des Apparates copirende Pappaufsätze trug. Das Gewicht derselben war nur 68 g, sodass die dadurch bedingte Belastungs-

änderung keine besondere Wirkung ausüben konnte, auch die Schwingungsdauer sich nicht bedeutend änderte, wohl aber der Luftwiderstand etwa verdoppelt war.

Die Schwingungsweiten  $A_0$  und  $A_{50}$  waren:

$A_0$	534 - 372 = 152	552 - 350 = 202	529 - 376 = 153
$A_{50}$	526 - 379 = 147	543 - 362 = 181	523 - 382 = 141

Hieraus folgt nach der Formel  $A_{50} = A_0 x^{40}$  das Verhältniss  $x$  zweier aufeinander folgender Elongationen in %

ohne Pappaufsatz	99,95; 99,98; 99,94; 99,97;
mit	„ 99,82; 99,92; 99,94.

Der Einfluss der Luftreibung ist also bei dem hier angewendeten dicken Draht nicht wesentlich. Die Abnahme der Schwingungsweite beträgt im Mittel noch nicht 0,1%, während bei demselben Draht die Verschiebung der permanenten Gleichgewichtslage von  $+b$  nach  $-b$  bei der Aenderung der temporären Torsion von  $+a$  nach  $-a$  etwa 3,8% der letzteren ausmacht.

23. Accommodation. Da indess dieselben Reibungsverhältnisse, welche die statische Verschiebung der Gleichgewichtslage bedingen, auch vollkommen analog bei den Schwingungen auftreten, so müssen sich bei letzteren auch die analogen allgemeinen Beziehungen ergeben, wie bei ersteren.

Ebenso, wie bei den abwechselnd gerichteten Torsionen durch temporär wirkende Gewichte, beobachten wir entsprechend auch bei den Schwingungen erst eine Accommodationsperiode. Wie dabei bei ersteren sich die permanente Gleichgewichtslage erst sehr stark verschiebt, so nehmen auch zuerst die Elongationen der Schwingungen stark ab. Da in dieser Periode die permanenten Torsionen im Verhältniss zum Anwachsen der temporären sehr bedeutend ansteigen, so muss auch, wie beobachtet ist, während derselben die Abnahme der Schwingungsweiten bei grösseren Elongationen relativ bedeutender sein. Hat der Draht, wie z. B. ein gezogener Draht, dabei vor den Schwingungen schon eine permanente Torsion, so wird auch diese

durch die Erschütterungswirkung während der Schwingungen vermindert; eine entsprechende Verschiebung der Nulllage begleitet die Abnahme der Elongationen, und die letzteren können im Sinne dieser Verschiebung grösser sein, als in der entgegengesetzten Richtung.<sup>1)</sup> Wird der Draht nach der Accommodation von neuem permanent deformirt, z. B. stärker tordirt, so macht er selbstverständlich beim Schwingen eine neue Accommodationsperiode mit gesteigerter Abnahme der Elongationen durch u. s. f.<sup>2)</sup>

24. Einfluss der Belastung. Wie bei den oben (§ 12 u. 13) erwähnten Torsionsversuchen bei relativ weichen Drähten die statischen Verschiebungen bei stärkerer Belastung anfangs grösser sind, als bei kleinerer Belastung, so müssen auch bei den Schwingungen im ersteren Fall die Decremente grösser sein, sich aber, wie jene, allmählich der Grösse nähern, welche auch bei kleineren Belastungen beobachtet wird. Dies beweisen Versuche, welche ich bereits im Jahre 1860 angestellt habe.

Ein weicher Silberdraht von etwa 0,5 mm Dicke und 75 cm Länge war in einem doppeltwandigen verticalen Messingrohr aufgehängt, durch dessen ringförmigen Raum Wasserdampf geleitet werden konnte. Der Draht trug ähnlich wie die oben § 2 u. flgde. benutzten Drähte eine mit einem Spiegel versehene Messingklemme, die ähnlich wie dort an einem Haken eine 14 cm hohe, 6 cm weite cylindrische Messingbüchse trug, in welche genau hineinpassende Bleigewichte (*B*) gelegt werden konnten. Mittels Fernrohr und Scala wurden die Weiten der Torsionsschwingungen des vorher ausgeglühten und in Oscillationen versetzten Drahtes beobachtet. Die folgende Tabelle enthält unter *T* die direct an der Scala nach beiden Seiten beobachteten Ausschläge, unter *E* die Gesamtelongationen, unter *N* das jeweilige Mittel der beiderseitigen Ausschläge, unter *v* die

1) Vgl. z. B. Neesen Pogg. Ann. CLIII. p. 54. 1874.

2) Vgl. auch P. M. Schmidt, Wied. Ann. II. p. 63. 1878.

procentische Abnahme von der ersten bis zur zehnten Elongation. Die vor die einzelnen Beobachtungen gestellten Zahlen sind die Ordnungszahlen der aufeinander folgenden Schwingungen. In Reihe II sind unter *Z* die Zeiten angegeben, welche zwischen den aufeinander folgenden Beobachtungen verflossen waren. Der Draht wurde während der ganzen Beobachtungsreihe fortdauernd in Schwingungen erhalten.

## Reihe I.

<i>B</i>	<i>T</i>	<i>E</i>	<i>v</i>	<i>N</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>E</i>	<i>v</i>	<i>N</i>
Temp. 15°.									
770 g	1 375	274	101	324,5	1670	1 450,6	245,5	205,1	348,6
	10 367	281	86	14,9 324		10 409,9	286,3	123,6	39,8 348,1
	1 365,5	284	81,5	324,7		1 406,6	289,9	116,7	348,2
	10 359	290	69	15,3 324,5		10 383,2	312,6	70,6	39,5 347,9
	1 379	269	110	324		1 410,4	284,6	125,8	347,5
	10 371	277,5	93,5	15,0 324,2		10 386,3	308,6	77,7	38,2 347,4
1370	1 380	258	122	319	1820	1 433,5	242	191,5	337,7
	10 370	268	102	16,7 319		10 388,9	287,5	101,4	47,1 338,2
	1 365	273,5	91,5	319,2		1 452,5	225,6	226,9	339,0
	10 357,3	240,2	77,1	15,8 318,6		10 401,3	277,6	123,7	45,5 339,4
	1 371,2	267	104,2	319,1		1 397,8	282	115,8	339,9
	10 363,8	275	88,8	14,8 319,4		10 371,1	308,8	62,4	46,1 340
1970	1 560	372,5	187,5	466,2	1970	1 497,2	199,8	297,4	348,5
	10 545,6	386,7	158,9	15,2 466,1		10 418	287,6	130,4	56,0 352,8
	1 542,5	389,5	153	466		1 414,3	295,2	119,1	354,7
	10 530,3	401,4	129,9	15 465,8		10 381,2	330,2	51,0	57,1 355,7
	1 527	406	121	466,5		1 419,6	295,6	124	357,6
	10 518	415	103	14,9 466,5		10 384,2	330,2	54	56,4 357,2
Temp. 100°.					2120	1 375,5	245,6	130	310,5
770 g	1 385	283	102	334		10 325	292,8	32,7	75,3 308,9
	10 372,2	296,7	75,5	26,0 334,5		1 429	182	247	305,5
	1 395,5	292,3	103,2	343,9		10 343	275,4	67,6	72,7 309,9
	10 380,6	305,6	75	26,2 343		1 444	190	254	317
	1 392,2	290	102,2	341,1		10 352	281,6	70,7	71,3 316,8
	10 378,6	304	74,6	27,0 341,3	1370	1 358,8	276	82,8	317,4
1370	1 380,5	265,5	115	323		10 343,4	291,5	51,9	37,2 317,4
	10 360,3	284,6	75,7	34,2 322,5		1 366,2	271	95,2	318,6
	1 398,3	248,8	149,5	323,5		10 349,2	287,7	61,5	35,4 318,5
	10 374	273,8	100,2	32,9 223,9		1 364,5	273	91,5	318,8
	1 372	276	96	324		10 349,3	287,7	61,5	32,8 318,5
	10 356	292,2	64	33,3 324,2					

## Reihe II. Temp. 100°.

B	T	E	v	N	Z	B	T	E	v	N	Z
831 g	1 263	607	344	435		1831 g	1 667	327	340	497	
	10 289	582	293	14,8 435,5			10 517	455,5	61,5	81,9 486	
	1 299	572	273	435,5			1 312	608	296	460	
	10 318	553	235	13,9 435,5			10 407	513,5	106,5	64,0 460,2	
	1 384	587	203	435,5			1 600	315	285	457	
	10 348	524	176	13,3 486			10 555,5	392	123,5	54,4 453,2	
	1 515	360	155	437,5	30 Min.		1 619	270	349	444,5	
	10 505	370	135	12,9 437,5			10 522,5	363,5	154	57,2 444,5	
	1 502	372	130	437			1 598	165	433	380,5	30 Min.
	10 494	381	113	13,1 437,5			10 526	236	290	33,0 381	
	1 546	329	217	436,5	50 Min.		1 660	245	415	452,5	
	10 532	343	189	12,9 437,5			10 602,5	313	289,5	29,6 457,5	
	1 529,5	346	183,5	437,8			1 592	323	269	457,5	
	10 518	357	161	12,3 437,5			10 552,5	363	189,5	29,6 457,5	
	1 511,8	363,8	148	437,8			1 656	253	403	454,5	15 Min.
	10 502,5	372,5	130	12,2 437,5			10 602	308	294	27,0 455	
1831 g	1 657	356	301	506,5			1 327	577	250	452	
	10 514	475	39	87,0 494,5			10 362	542	180	23,0 452	

Während also bei gewöhnlicher Temperatur die Abnahme der Schwingungsweiten von der Belastung der Drähte ziemlich wenig beeinflusst wird, steigt sie bei der Temperatur 100° mit derselben sehr schnell, so dass sie bei einer Steigerung der Belastung von 770 g bis 2120 g, bis zum dreifachen, bei je 10 Schwingungen von 27,0 bis auf 73% der ursprünglichen Schwingungsweite wächst. Wird nach einer stärkeren Belastung eine schwächere angewendet, so sinkt das Decrement sofort auf den dieser letzteren entsprechenden früheren Werth. Lässt man die Drähte aber auch bei stärkerer Belastung sehr lange Zeit fortschwingen, so nähert sich das Decrement immer mehr dem, welches sie bei der niederen Belastung besitzen.<sup>1)</sup> Die Wirkung der stärkeren Belastung fällt also wesentlich in die Periode der Accommodation.

25. Einfluss der ungleichen Torsion an verschiedenen Stellen. Auch die ungleich starke Torsion verschiedener Theile desselben Drahtes (§ 18) kann auf die Torsionsschwingungen von Einfluss sein. Dadurch könnte

1) Vgl. auch Thomson l. c. § 8.

sich die Beobachtung von P. M. Schmidt<sup>1)</sup> erklären, dass das Decrement der Schwingungen verschieden langer Drähte nicht gleich ist, sondern mit wachsender Länge abnimmt. Es wäre sonst kein Grund vorhanden, weshalb sich die verschiedenen Theile eines Drahtes verschieden verhalten sollten. Die etwas grössere Belastung seiner oberen Theile könnte diese Anomalie wohl kaum nach dem obigen erklären, wenigstens nach Eintritt des constanten Zustandes.

Die vorliegenden Versuche zeigen, dass der experimentelle Theil dieses Gebietes noch einer Erweiterung bedurfte, ehe an eine erschöpfende Theorie der Erscheinungen der unvollkommenen Elasticität gegangen werden kann, bei der nach Feststellung der statischen, d. h. mittleren Gleichgewichtslagen der ihre Wärmeschwingungen vollführenden Molecüle auch auf die Richtung der letzteren einzugehen wäre.

Ich hoffe demnächst weitere Mittheilungen über den behandelten Gegenstand, namentlich auch über seine Beziehungen zum Magnetismus, machen zu können.

Leipzig, Januar 1879.

### III. *Die Veränderlichkeit in der Zusammensetzung der atmosphärischen Luft;* von Ph. v. Jolly.

(Aus den Abhandlungen der k. bayer. Akad. d. Wiss. II. Cl. XIII. Bd.  
II. Abth. mitgetheilt vom Herrn Verfasser.)

Die eudiometrischen Versuche über die Zusammensetzung der Luft geben so übereinstimmende Resultate, dass man geneigt ist, die kleinen Abweichungen, welche die einzelnen Versuche zeigen, unvermeidlichen Fehler-

1) Wied. Ann. II. p. 48 und 241. 1877.

quellen zuzuschreiben. Es waren zunächst Wägungen der Luft, welche mir diese Annahme zweifelhaft erscheinen liessen. Luft, stets am gleichen Orte, in einer Entfernung von 2 km von der Stadt geschöpft, zeigte je nach den herrschenden Windrichtungen im Gewichte eines Liters Abweichungen bis zu einem Milligramm, also von einer Gewichtsgrösse, welche die Waage mit aller Sicherheit erkennen lässt.

Zunahme oder Abnahme im Gewichte eines Liters trockener kohlensäurefreier Luft deuten Aenderungen in der Zusammensetzung der atmosphärischen Luft an, deren Betrag, in Procenten ausgedrückt, sich durch einfache Rechnung ergibt, sobald die specifischen Gewichte der Bestandtheile bekannt sind. Regnault<sup>1)</sup> fand als Mittel aus zahlreichen, mit bekannter Exactheit ausgeführten Versuchen für die Gewichte von 1 l:

atmosphärischer Luft	1,293 187 g
Sauerstoff . . . .	1,429 802 „
Stickstoff . . . .	1,256 167 „

Bezeichnet  $x$  das Volumen des in einem Liter Luft enthaltenen Sauerstoffgases, also  $1 - x$  das des Stickgases, so hat man:

$$x \cdot 1,429\,802 + (1 - x) \cdot 1,256\,167 = 1,293\,187.$$

Es berechnet sich hiernach  $x$  zu 0,2132, daher der Sauerstoffgehalt, nach Procenten ausgedrückt, zu 21,32. Der Sauerstoffgehalt wäre hiernach beträchtlich höher, als der nach irgend einer der eudiometrischen Untersuchungen gefundene. Brunner fand für Luft geschöpft in Bern, 20,80, Lewy in Kopenhagen 20,79, Marignac in Genf 20,81, Bunsen in Heidelberg 20,96, Regnault in Paris 20,90 bis 21,0. Der Unterschied ist nicht unbedeutend, er erreicht nahezu ein halbes Procent.

Die von Regnault gefundenen specifischen Gewichte sind die arithmetischen Mittel wiederholt ausgeführter Messungen, aber nicht minder zahlreich und minder exact sind

1) Mém. de l'Académie des Sciences. T. XXI. p. 158. Paris 1847.

die eudiometrischen Messungen. In beiden Richtungen ist Gelegenheit gegeben, nach bekannter Methode die Grösse des wahrscheinlichen Fehlers zu berechnen, und in beiden Fällen ergibt sich, dass derselbe noch nicht 0,01 eines Procents überschreiten könnte. Es liegen also in dem einen oder in dem andern Verfahren, vielleicht auch in jedem der Verfahren, constante, nach einerlei Seite hin wirkende, nicht aufgedeckte Fehlerquellen. Im allgemeinen wird man geneigt sein, den Resultaten, die sich auf die Bestimmung der specifischen Gewichte stützen, die mindere Verlässlichkeit zuzuschreiben. Indess werden erst wiederholte, unter Einengung der Fehlerquellen ausgeführte Messungen die Entscheidung bringen können.

Lassen auch nur wenige Probleme sich namhaft machen, in welchen ein Unterschied von einem halben Procent im Sauerstoffgehalt der Atmosphäre von entscheidendem Einfluss wäre, so hat es doch immer ein Interesse, den tatsächlichen Bestand festzustellen, auch wenn es nur darauf ankommen sollte, zu erkennen, in welcher Ausdehnung ein Wechsel im Sauerstoffgehalt der Atmosphäre sich an einerlei Ort zur Zeit geltend macht, um hiermit eine Basis zum Vergleich für andere Orte und andere Zeiten zu gewinnen. Es liegen keine Erscheinungen vor, aus welchen man schliessen könnte, dass in historischer Zeit eine Aenderung in der Zusammensetzung der Atmosphäre sich vollzogen habe, es liegen aber auch keine Messungen vor, die für eine solche Behauptung einen Anhaltspunkt bieten. Wollte man einen solchen gewinnen, so müsste die Sicherheit in den Messungen viel weiter gehen, als die dermalen erreichbare. Eine Aenderung von auch nur ein Hundertel Procent würde gegenüber dem Gesamtvorrath an Sauerstoff in der Atmosphäre im organischen Leben sicher keine erkennbare Wirkung äussern. Und doch wäre eine Abnahme von ein Hundertel Procent bei der etwas über vier Milliarden Cubikkilometer betragenden Atmosphäre gleichbedeutend mit einem Verbrauch von beiläufig 80 000 ckm des vorhandenen Vorraths von Sauerstoff. Ein jährlicher



Verbrauch von 1 ckm, also von 1000 Millionen Cubikmeter würde erst nach 80 000 Jahren eine Abnahme von 0,01 Proc. des Sauerstoffgehaltes der Atmosphäre zur Folge haben. Gleichwohl ist es wahrscheinlich, dass an der Erdoberfläche sich weit grössere Schwankungen geltend machen. Je nachdem Oxydations- und Reductionsprozesse in verschiedener Ausdehnung auftreten, werden die Schwankungen im Sauerstoffgehalt grösser oder kleiner werden, und wird eine grössere oder kleinere Zeit vergehen, bis ein Beharrungszustand sich wieder hergestellt hat.

Eine erneuerte Untersuchung zur Feststellung des fraglichen Wechsels im Sauerstoffgehalt der Atmosphäre ist erst dann angezeigt, wenn mit der anzuwendenden Messmethode eine grössere Einengung der unvermeidlichen Fehlerquellen zu erreichen ist.

Die Methode, welche sich auf die Bestimmung der specifischen Gewichte der Luft und der Bestandtheile der Luft gründet, ist nicht angewendet, sie ist aber naheliegend und verspricht bei der Vervollkommnung, welche in der Construction der Waage<sup>1)</sup> erreicht ist, exacte Resultate. Waagen mit Spiegelablesung machen es möglich, bei der Maximalbelastung von 1 kg mit einmaliger Wägung eine Genauigkeit von  $\pm 0,05$  mg zu erreichen. Ein Glaskolben von 1 l Inhalt fast etwas über ein Gramm Luft, das Glasgewicht des Kolbens mit Glashahn ist noch nicht 150 g. Die Wägung von 1 l Luft wird also erst in der 5. Decimale unsicher. Abweichungen von grösserem Betrage bei Füllungen mit gleichem Gase haben also nicht ihren Grund in der Unsicherheit der Waage, sie hängen von der Natur des Gases oder auch von den zur Füllung erforderlichen Experimentalarbeiten, Entleerung des Kolbens, Druckbestimmung des Gases bei 0°, der Füllung etc. ab. Versuche mit Gasen, die stets auf gleiche Weise

1) Das bei dem Gebrauch der Waage mit Spiegelablesung zu beachtende Verfahren habe ich in der Abhandlung „Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation“. Denkschriften der k. Akad. d. Wiss. XIII. Abth. I angeführt.

bereitet sind, belehren über die Summe der Fehlergrößen. Es wird sich zeigen, dass dieselben  $\frac{1}{12000}$  der Gewichtsgrösse von 1 l Gas nicht überschreiten.

Regnault wendete Glaskolben, mit Messingfassung und Hahnverschluss, von nahezu 10 l Inhalt an. Das Gewicht des Glasballons war über ein Kilogramm. Es sind nicht ausdrücklich Messungen zur Bestimmung der Empfindlichkeit und Richtigkeit der Waage namhaft gemacht, es ist aber angegeben, dass die Gewichte gleicher Gase bei gleicher Temperatur und gleichem Druck Abweichungen von beiläufig  $\frac{1}{2000}$  zeigen. Es ist also mit Waagen verbesserter Construction mit Kolben von nur 1 l Inhalt die Fehlergrösse mindestens sechsmal kleiner. Ueberdies sind alle Arbeiten mit Kolben von nur 1 l Inhalt ohne Vergleich leichter ausführbar als mit Kolben von 10 l. Auch reichen die Mittel der gewöhnlichen Ausrüstung eines Laboratoriums zu Messungen dieser Art aus. Eine gut ausgeführte Waage für 200 g Maximalbelastung genügt zu den Messungen.

Im übrigen wurde die zuerst von Regnault eingeführte Methode, der Tarakolben von gleichem Volumen mit den Gaskolben, benutzt. Die Messungen werden mit derselben vollkommen unabhängig von den mit der Temperatur und dem Druck der Atmosphäre veränderlichen Gewichtsverlusten der Kolben, sie sind eben auf beiden Seiten stets die gleichen.

Der Tarakolben wurde zunächst durch Zugiessen einiger Tropfen Quecksilber zu gleichem absolutem Gewicht mit dem Gaskolben gebracht. Zur Prüfung auf die Gleichheit der Volumina wurden die Kolben nach Art der Nicholson'schen Araeometer ausgerüstet, d. h. es wurden Waagschalen durch Drähte in passender Weise mit den Kolben verbunden und die Auflagegewichte ermittelt, welche zur Eintauchung bis nahe zur Mündung der Kolben erforderlich waren. Durch Einziehen oder Auftreiben des in diesen Versuchen noch offenen Tarakolbens ist mit geringer Uebung im Glasblasen eine grosse Annäherung in der

Gleichheit der Volumina zu erreichen. Das Volumen des Tarakolbens, den ich benutzte, zeigte schliesslich gegen das des Gaskolbens nur eine Differenz von 0,06 ccm. Die Spitze des Tarakolbens wurde zugeschmolzen. Bei geschlossenem Hahn des Gaskolbens zeigten die Kolben, auf die Waage gebracht, einen von der Temperatur und dem Druck der Luft ganz unveränderlichen Ausschlag.

Das Programm für die Versuchsanordnung ist höchst einfach. Der Gaskolben wird leer und wird gefüllt mit Gas gewogen. Die Differenz der Gewichte ist das Gewicht des Gases von der Temperatur Null und von dem Druck, bei welchem die Füllung erfolgte.

Zur Entleerung des Kolbens wurde eine Quecksilberluftpumpe verwendet, und die Verdünnung wurde in allen Fällen auf einen Druck von 0,02 mm zurückgeführt, eine Verdünnung, welche mit der Pumpe leicht und sicher erreichbar ist. Sie unterscheidet sich von der im Jahre 1865 publicirten Beschreibung<sup>1)</sup> nur dadurch, dass in das Abflussgefäss, welches durch einen Gummischlauch mit dem Evacuierungsgefässe verbunden ist, die Luft nur durch eine mit Chlorcalcium gefüllte Röhre eintreten kann. Das Quecksilber kommt also nur mit trockener Luft in Berührung und wird mit dem Gebrauch der Pumpe vollkommen ausgetrocknet. Befördert wird diese Austrocknung, wenn man durch eine vor dem Evacuierungsgefässe angebrachte Austrocknungsröhre wiederholt Luft in dasselbe eintreten lässt. Ohne diese Austrocknung des Quecksilbers und der Gefässe bleiben Dämpfe zurück, die eben nicht erlauben, den Druck restirenden Gases zu messen, und die störend auf das Resultat der Versuche einwirken.

Ist der Druck auf Hundertel eines Millimeters herabgesunken, so ist die Druckdifferenz direct am Barometer der Luftpumpe nicht mehr messbar. Ein einfacher Versuch macht ihn aber messbar. Man bestimmt voraus-

---

1) Die Pumpe ist in Carl's Repertorium der Physik, Bd. I, von Georg Jolly beschrieben.

gehend das Verhältniss des Volumens der in den Bohrungen, in den Hähnen und im Heberbarometer der Pumpe enthaltenen Luft zu dem Volumen des Evacuierungsgefässes. Das Abflussgefäss wird zu diesem Zwecke in die Höhe gezogen, bis das Quecksilber eine Marke *a* am Halse des Evacuierungsgefässes tangirt. Der zu entleerende Kolben wird mit geschlossenem Hahne luftdicht auf der Mündung des Tellers mit Siegelwachs (einer Mischung von Wachs und venetianischem Terpentin) befestigt. Alle Canäle sind bis zur Marke *a* mit Luft vom Drucke des Barometerstandes gefüllt. Lässt man das Ausflussgefäss herab, so dehnt sich die Luft in das Evacuierungsgefäss aus, das Barometer der Pumpe fällt und bezeichnet den Druck der ausgedehnten Luft. An der benutzten Pumpe fiel, während der Ausgangsdruck 720 mm war, das Barometer auf 6 mm, die Ausdehnung war also eine 120fache. Wird bei nun offenem Hahne des zu entleerenden Kolbens mit Verdünnung der Luft in bekannter Art fortgefahren, bis am Heberbarometer der Druck nicht mehr ablesbar ist, und wird hierauf bei geschlossenem Hahne des Glaskolbens das Quecksilber durch in die Höhe ziehen des Ausflussgefässes bis zur Marke *a* gebracht, so wird die verdünnte Luft um das 120fache comprimirt. Steigt hiermit das Heberbarometer auf 2,5 mm, so war die Verdünnung  $\frac{2,5}{120} = 0,02$  mm.

Man könnte auch, wie dies bei Regnault's Versuchen der Fall ist, bei einer minder weit reichenden Verdünnung der Luft stehen bleiben und den noch vorhandenen Druck von dem der Füllung in Abzug bringen. Es sind aber dann die Fehler zweier Barometerablesungen im Resultate enthalten, die sich leicht zu 0,1 mm summiren können, während nach der bezeichneten Methode der Fehler der einen der Ablesungen sicher unter 0,02 herabsinkt.

Die Waage war mit Spiegelablesung versehen. Bei einer Belastung von 142 g (dem Gewicht der Glaskolben) ergab ein Zulagegewicht von 1 mg einen Ausschlag von

9,8 Scalentheilen. Ein Scalentheil entspricht also einer Gewichtszunahme von 0,102 mg.

Die Methode der Wägung war die der Vertauschung der Gewichte. Ein Beispiel wird das eingehaltene Verfahren erläutern. In dem folgenden Schema ist durch *K* der Kolben mit Glashahn und durch *T* der Tarakolben bezeichnet.

Schale links	Schale rechts	Scala
<i>K</i> + 1,272	<i>T</i>	757,2
<i>T</i>	<i>K</i> + 1,272	753,2

Die Differenz der Scalentheile ist 4,0. Ein Zulagegewicht von  $4 \cdot 0,102 = 0,408$  mg in der Schale rechts würde den Ausschlag von 753,2 auf 757,2 erhöhen. Man hat also auch:

Schale links	Schale rechts	Scala
<i>K</i> + 1,272	<i>T</i>	757,2
<i>T</i>	<i>K</i> + 1,272 408	757,2

und erhält hieraus:

$$K = T - 1,272\ 204.$$

Auch diese Zahl bedarf noch einer Correctur wegen der Abweichungen der benutzten Platingewichte von ihrem Sollwerthe. Für den gewöhnlichen Gebrauch sind die käuflichen Platingewichte genügend genau abgeglichen, sie weichen aber alle mehr oder minder von ihrem Sollgewicht ab. Für den Gebrauch zu exacten Gewichtsbestimmungen ist es daher unerlässlich, die Gewichtsstücke zu prüfen und den Befund in einer Correctionstabelle niederzulegen. Für die von mir gebrauchten Gewichtsstücke ergab sich:

Sollgewicht	Normalgewicht	Sollgewicht	Normalgewicht
0,5 <sub>1</sub> g = 0,5 g	- 0,304 mg	0,05 g = 0,05 g	+ 0,023 mg
0,5 <sub>2</sub> „ = 0,5 „	- 0,120 „	0,02 <sub>1</sub> „ = 0,02 „	- 0,011 „
0,2 <sub>1</sub> „ = 0,2 „	- 0,008 „	0,02 <sub>2</sub> „ = 0,02 „	- 0,012 „
0,2 <sub>2</sub> „ = 0,2 „	- 0,083 „	0,01 „ = 0,01 „	- 0,055 „
0,1 „ = 0,1 „	- 0,029 „	Reiter 0,01 „ = 0,01 g	+ 0,097 „

Die im angeführten Falle benutzten Gewichtsstücke waren 0,5<sub>1</sub>, 0,5<sub>2</sub>, 0,2<sub>1</sub>, 0,05, 0,05, 0,02<sub>1</sub> und der Reiter am

Hebelarme von der Länge 0,2 des Waagebalkens. In Normalgewicht ausgedrückt ist demnach:

$$K = T - 1,271\ 803.$$

Die nicht corrigirte Zahl war 1,272 204, also um 0,401 mg zu gross.

#### Versuche mit Sauerstoff.

Die Bereitung des Sauerstoffs erfolgte auf electrolytischem Wege. Das Gas, welches man im Beginn der Electrolyse erhält, ist in doppelter Weise verunreinigt, es ist mit dem vom Wasser absorbirten Stickgase gemischt und ist zum Theil ozonisirt. Je länger dauernd der electrolytische Process fortgeführt wird, um so vollständiger wird alles Stickgas ausgetrieben. Nach 24stündiger Dauer der Electrolyse erscheint das Stickgas vollkommen beseitigt. Die Zersetzung des Ozons wird ebenso vollständig durch Leitung des Gases durch eine in Glühhitze erhaltene Glasröhre erzielt. Durch eingeschaltete Austrocknungsröhren war für vollständige Austrocknung des Gases gesorgt.

Zur Entleerung des Kolbens wurde die Quecksilberluftpumpe benutzt, und ebenso wurden die Zuleitungs- und Austrocknungsröhren, um jede Beimischung von Luft auszuschliessen, wiederholt mit Sauerstoff gefüllt und wieder entleert.

Zwei andere Fehlerquellen können durch die im Versuch einzuhaltende Ordnung auf ein Minimum zurückgebracht werden. Das Abwaschen des Kolbens mit Wasser und mit Weingeist hat bei häufiger Wiederholung eine Gewichtsverminderung zum Erfolge. Sie ist unbedeutend, tritt aber nach häufiger Wiederholung des Abwaschens messbar auf. Andererseits können beim Füllen des Kolbens Staubtheile aus der Austrocknungsröhre mit übergeführt werden. Es erzeugt dies eine Gewichtszunahme. Beide Aenderungen im Gewichte des Kolbens erfolgen also im entgegengesetzten Sinne und treten daher nach einmaliger Operation nur um so unbedeutender auf. Wird die Ordnung eingehalten, den Kolben zuerst gefüllt und darauf

entleert zu wägen, so sinkt der Betrag der Fehler auf ein Minimum zurück.

	Gew. d. Kolbens 0 <sup>o</sup>		Kolben 0 <sup>o</sup> 0,02 mm	Gew. d. O 0 <sup>o</sup>		Gew. d. O 0 <sup>o</sup> 760 mm
	Bar.	$K = T +$	$K = T -$	Bar.	Gew.	
I.	714,45	0,083 799	1,272 183	714,43	1,355 982	1,442 470
II.	711,30	0,077 919	1,272 187	711,28	1,350 100	1,442 579
III.	715,02	0,074 904	1,272 180	715,00	1,347 084	1,442 489
IV.	720,42	0,095 182	1,272 224	720,40	1,367 406	1,442 570
V.	722,02	0,098 103	1,272 380	722,000	1,370 483	1,442 571
VI.	706,93	0,069 659	1,272 188	706,91	1,341 847	1,442 562
VII.	693,79	0,044 552	1,272 222	693,77	1,316 774	1,442 478
Mittel						1,442 545

Der wahrscheinliche Fehler des Mittels berechnet sich zu  $\pm 0,000\ 013$ .

#### Versuche mit Stickstoff.

Zur Bereitung des Stickstoffs wurde trockene kohlen-säurefreie atmosphärische Luft über in Glühhitze erhaltene Kupferdrahtnetze geleitet. Die orientirenden Versuche liessen eine indess leicht zu beseitigende Fehlerquelle erkennen. Die Kupferdrahtnetze, die vorangehend durch Wasserstoffgas reducirt sind, halten Wasserstoffgas absorbiert zurück. Man erhält, wenn nicht für vollständige Entfernung des Wasserstoffgases gesorgt wird, wechselnde und stets zu kleine Gewichte. Wird die Verbrennungsröhre mit den reducirten Drahtnetzen mit Hülfe der Luftpumpe entleert, und wird, während Glühhitze eingetreten ist, die Luftpumpe in Thätigkeit erhalten, so ist in kurzer Zeit das Wasserstoffgas vollständig entfernt. Die Zuleitung der trockenen Luft erfolgt nach der Entfernung des Wasserstoffs. Man erreicht das gleiche Ziel, wenn man auf die reducirten Netze ein nicht reducirtes folgen lässt, es erfährt dies durch das ausgetriebene Wasserstoffgas eine Reduction. Durch eine darauffolgende Austrocknungsröhre wird der sich bildende Wasserdampf zurückgehalten.

Der Glashahn des Kolbens war vor dem Gebrauch zu der folgenden Versuchsreihe gereinigt und neu ein-

gefettet. Der sogenannte optische Contact lässt leicht erkennen, ob die gleichförmige Vertheilung des Fettes erfolgt und ein vollkommener Verschluss gesichert ist. Der Kolben kann ohne Erneuerung der Einfettung des Hahns zu einer ganzen Reihe von Versuchen verwendet werden.

	Gew. d. Kolbens $O^0$		Kolben $O^0$ 0,02 mm	Gew. d. $N^0$		Gew. d. $N^0$ 0 $^0$ 760 mm
	Bar.	$K = T -$	$K = T -$	Bar.	Gew.	
I.	715,61	0,076 251	1,271 673	715,59	1,195 422	1,269 609
II.	717,95	0,072 568	1,271 690	717,93	1,199 122	1,269 389
III.	714,54	0,078 400	1,271 749	714,42	1,193 349	1,269 307
IV.	716,60	0,074 836	1,271 695	716,58	1,196 924	1,269 449
V.	711,78	0,082 659	1,271 768	711,76	1,188 936	1,269 515
VI.	710,27	0,084 423	1,271 768	710,25	1,186 345	1,269 443
VII.	717,36	0,073 524	1,271 745	717,34	1,198 221	1,269 478

Mittel 1,269 455

Der wahrscheinliche Fehler des Mittels berechnet sich zu  $\pm 0,000\,024$ , ist also doppelt so gross als der für die Gewichtsbestimmung von Sauerstoff erhaltene, immerhin macht er sich aber erst in der 5. Decimale geltend. Da in beiden Fällen die gleiche Waage und die gleiche Methode der Wägung angewendet wurde, so wird man den Grund der grössern Abweichungen in den Zahlen für  $N$  wohl nur darin zu suchen haben, dass die vollständige Reinheit des electrolytisch erzeugten  $O$  grösser ist, als die des  $N$ , welches unter Entziehung des Sauerstoffs der Luft bereitet wurde.

#### Versuche mit atmosphärischer Luft.

Die Luft wurde, wie schon erwähnt, stets an demselben Orte in einer Entfernung von beiläufig 2 km von der Stadt geschöpft. Es diente hierzu ein Glasballon mit einer Ausrüstung, wie Taf. V Fig. 7 dies erläutert. Der Ballon war luftleer gemacht. An Ort und Stelle war es also nur nöthig, einen der Hähne zu öffnen und nach der Füllung wieder zu schliessen. Im Ballon befanden sich einige Stücke Aetzkali. Zum Abfüllen wurde Quecksilber eingelassen, und dann die Luft durch eine Aus-



trocknungsröhre in den Glaskolben geleitet. Die Austrocknungsröhre war vorausgehend mit der Luftpumpe evacuirt.

Die Ordnung der Versuche wurde dahin abgeändert, dass Füllung und darauf folgende Wägung unter fünf verschiedenen Druckgrössen, wie solche die jeweiligen Barometerstände  $b$  bei den Füllungen mit sich brachten, vollzogen wurden. Vor der ersten und nach der letzten Füllung wurden die luftleer gemachten Kolben gewogen. Die Differenzen der beiden Wägungen des leeren Kolbens lassen die Fehlergrenzen erkennen, welche in Verbindung mit den Fehlerquellen der Waage nach allen zwischenliegenden Operationen sich geltend machen, und die Abweichungen der Gewichte der Luft, reducirt auf  $0^\circ$  und 760, bezeichnen die Fehlergrenzen der unter verschiedenen Drucken gefüllten Kolben. Die letzteren sind die grösseren, weil die Fehlerquellen der Barometerablesungen hinzutreten. Für das Gewicht des leeren Kolbens wurde das arithmetische Mittel der beiden Wägungen zu Grunde gelegt.

In den folgenden Tabellen enthält die Columnne I den Druck, die Columnne II das Gewicht  $G_d$  der Luft von  $0^\circ$  bei diesem Drucke, die Columnne III das Gewicht  $G_{760}$  der Luft von  $0^\circ$  bei dem Drucke von 760 mm.  $K_v$  und  $K_u$  bezeichnen das Gewicht des leeren Kolbens vor und nach dem Versuche.

## Luft.

I. 10. October,  $b = 715,7$ .

Bar.	$G_d$	$G_{760}$
713,90	1,226 512	1,305 713
713,03	1,224 692	1,305 367
711,44	1,222 128	1,305 545
715,11	1,228 420	1,305 532
714,00	1,226 511	1,305 529

Mittel 1,305 537

$$K_v = T - 1,272413$$

$$K_u = T - 1,272\ 345.$$

II. 27. October,  $b = 711,9$ .

Bar.	$G_d$	$G_{760}$
711,71	1,222 672	1,305 631
714,98	1,228 302	1,305 644
713,62	1,226 067	1,305 752
717,41	1,232 352	1,305 512
717,66	1,233 002	1,305 743

Mittel 1,305 656

$$K_v = T - 1,272\ 345$$

$$K_u = T - 1,272\ 385.$$

III. 10. November,  $b = 704,0$ .

Föhn.

Bar.	$G_d$	$G_{760}$
701,43	1,204 287	1,304 845
698,64	1,199 627	1,304 987
712,82	1,223 928	1,304 937
711,97	1,222 528	1,304 909
717,57	1,231 972	1,304 818

Mittel 1,304 899

$$K_v = T - 1,272\ 385$$

$$K_u = T - 1,272\ 448.$$

IV. 21. November,  $b = 716,8$ .

Der Hahn war neu eingefettet.

Bar.	$G_d$	$G_{760}$
721,95	1,239 726	1,305 065
720,18	1,236 882	1,305 242
714,56	1,227 232	1,305 273
715,52	1,228 882	1,305 274
711,40	1,221 652	1,305 110

Mittel 1,305 193

$$K_v = T - 1,273\ 015$$

$$K_u = T - 1,273\ 317.$$

V. 5. December,  $b = 710,2$ .

Bar.	$G_d$	$G_{760}$
707,16	1,214 748	1,305 515
707,12	1,214 688	1,305 525
707,26	1,214 938	1,305 532
707,30	1,215 188	1,305 729
704,20	1,209 938	1,305 645

Mittel 1,305 589

$$K_v = T - 1,273\ 317$$

$$K_u = T - 1,273\ 404.$$

VI. 14. December,  $b = 720,8$ .

Bar.	$G_d$	$G_{730}$
722,94	1,241 924	1,305 588
722,01	1,240 224	1,305 481
720,96	1,238 321	1,305 376
721,01	1,239 397	1,305 601
713,15	1,225 098	1,305 581

Mittel 1,305 525

$$K_v = T - 1,273\ 404$$

$$K_u = T - 1,273\ 463.$$

Nachdem die angewendete Methode sich als brauchbar zu exacten Messungen bewährt hatte, wurden nach gleichem Schema beinahe durch alle Monate des Jahres Luftproben der Wägung unterzogen. In der folgenden Tabelle sind die erhaltenen Resultate zugleich unter Angabe der jeweils herrschenden Windrichtung, bei welcher die Luft geschöpft wurde, verzeichnet.

Datum	Gewicht	Wind	Datum	Gewicht	Wind
3. Januar	1,305 035	S W.	7. Juni	1,305 046	W.
25. Januar	1,305 754	N O.	29. Juni	1,305 397	W.
9. Februar	1,305 281	N W.	15. Juli	1,305 239	N W.
16. Februar	1,305 099	W	22. Juli	1,305 594	N.
7. März	1,305 157	N W.	2. August	1,305 296	N O.
18. März	1,305 014	S.	29. August	1,305 469	N O.
9. Mai	1,305 200	O.	11. September	1,305 075	W.
18. Mai	1,305 131	O.	17. September	1,304 931	Föhn.

Die Differenzen der Gewichte der Luftproben sind nicht unbeträchtlich, sie gehen bis zu 0,9 mg, sind also nicht auf Unsicherheiten in den Wägungen zurückzuführen, sondern drücken eine Veränderlichkeit in der Zusammensetzung der Atmosphäre aus. Das grösste Gewicht war bei anhaltendem N O.-Wind zu 1,305 744 und das kleinste bei anhaltendem Föhn zu 1,304 899 gefunden. Die Zusammensetzung der Luft, welche diesen Gewichten zukommt, lässt sich, gestützt auf die Gewichte gleicher Volumina von O und N, einfach berechnen. Das Gewicht des O wurde gefunden zu 1,442 545 und das des N zu 1,269 455. Bezeichnet wieder  $x$  das Volumen des Sauerstoffs der bei anhaltendem Polarstrom geschöpften Luft, also  $1 - x$  das des Stickstoffs, so hat man:

$$x \cdot 1,442\,545 + (1 - x) \cdot 1,269\,455 = 1,305\,744,$$

daher  $x = 0,20965$ . In Procenten ausgedrückt ist also der Sauerstoffgehalt:

$$20,965.$$

Für die unter anhaltendem Föhn geschöpfte Luft hat man:

$$x \cdot 1,442\,545 + (1 - x) \cdot 1,269\,455 = 1,304\,899,$$

daher  $x = 0,20477$ . In Procenten ausgedrückt ist also bei anhaltendem Aequatorialstrome der Sauerstoffgehalt kleiner und nur:

$$20,477.$$

Die Versuche waren im Jahre 1875—76 ausgeführt, sie waren durch ganz andere Fragen veranlasst und wurden nur nebenbei aufgenommen. Da nach diesen Wägungen die Schwankungen im Sauerstoffgehalte der Atmosphäre viel beträchtlicher sind, als dies nach den eudiometrischen Messungen zu erwarten war, so war es angezeigt, auf Controlversuche bedacht zu nehmen. Es wurden solche erst im Jahre 1877 unter Anwendung eines Eudiometers, welches man als Kupfereudiometer bezeichnen könnte, ausgeführt. Ich werde gleich auf die Beschreibung des Instruments und auf die mit demselben erzielten Resul-

tate zurückkommen. Nur will ich zuvor anführen, dass die Wägungen des O und N sofort auch zur Bestimmung der specifischen Gewichte des Sauerstoffgases und des Stickstoffgases benutzt wurden. Es war hierzu nur nöthig, das Gewicht des Wassers von 4° zu bestimmen, welches der Kolben in der Temperatur von 0° fasst.

Die Wägungen gaben folgende Resultate für das Gewicht des Glaskolbens.

Schale links	Schale rechts	Thermometer	Barometer	Scala
142,0745	K	7,1	721,57	735,0
K	142,0725	7,1	721,57	736,7.

Reducirt auf gleichen Ausschlag hat man:

Schale links	Schale rechts	Thermometer	Barometer	Scala
142,074 331	K	7,1	721,57	736,7
K	142,0725	7,1	721,57	736,7.

daher:

$$K = 142,073\ 415.$$

Der Kolben wurde mit destillirtem Wasser gefüllt. Eine ebenfalls mit destillirtem Wasser gefüllte Glasröhre war mit der Mündung des Kolbens verbunden, und der Kolben stand mit dieser Ausrüstung über Nacht in gestossenem Eis. Nach Entfernung der Nachfüllröhre war der Kolben bis zur Spitze mit Wasser von 0° gefüllt. Der Hahn wurde geschlossen, noch während der Kolben in Eis stand. Da die Temperatur des Waagezimmers 6,4° war, eine Temperatur, bei welcher das Volumen des Wassers immer noch kleiner ist als bei der Temperatur 0°, so war eine Sprengung des Kolbens bei geschlossenem Hahne nicht zu besorgen. Die Wägung ergab:

Schale links	Schale rechts	Thermometer	Barometer	Hygrometer	Scala
1150,305	K	6,4	721,3	65%	743,2
K	1150,292	6,4	721,3	65%	745,5.

Reducirt auf gleichen Ausschlag erhält man:

Schale links	Schale rechts	Thermometer	Barometer	Hygrometer	Scala
1150,304 760	K	6,4	271,3	65%	745,5
K	1150,292	6,4	271,3	65%	745,5.

daher:

$$K = 1150,298380.$$

In beiden Fällen, bei der Wägung des leeren wie bei der des gefüllten Kolbens, sind die Gewichte nach den Sollgewichten des Gewichtssatzes angegeben. Die für den gleichen Gewichtssatz entworfene Correctionstabelle ergibt, dass, in Normalgewichten ausgedrückt, die erste Zahl um 0,001876 und die zweite um 0,001302 zu erhöhen ist. Man erhält hiernach für das Gewicht des leeren Kolbens 142,075291, und für das Gewicht des mit Wasser von 0° gefüllten Kolbens 1150,299682. Das scheinbare Gewicht des Wassers von 0° ist hiernach 1008,224391.

Die Differenz der Gewichtsverluste des Wassers und der Gewichtsstücke (vergoldete Messingstücke vom specifischen Gewichte 8,4) berechnet sich zu 1,06248. Im leeren Raume würde man demnach für das Gewicht des Wassers erhalten:

$$1009,286871.$$

Endlich ist, um das Gewicht des Wassers zu erhalten, welches der Kolben in der Temperatur 0° vom Wasser von der Temperatur 4° fasst, mit dem Quotienten der Dichtigkeit des Wassers von 4° und 0° zu multipliciren. Man erhält:

$$\frac{1009,286871}{0,999876} = 1009,412.$$

Der Kolben fasst bei einem Inhalte von 1009,412 ccm 1,442545 g Sauerstoff und 1,269455 Stickstoff. Man erhält hiernach für die geographische Breite von München von 48° 8' und der Höhe von 515 m über der Meeresoberfläche das Gewicht:

$$\text{eines Liters Sauerstoff} = 1,429094,$$

$$\text{eines Liters Stickstoff} = 1,257614.$$

Um diese Zahlen mit den von Regnault erhaltenen zu vergleichen, ist die Reduction der Gewichte auf die geographische Breite und die Höhe von Paris über der Meeresoberfläche auszuführen.

Bezeichnet  $g$  das Gewicht eines Liters Sauerstoff in der Breite von 45° an der Meeresoberfläche,  $R$  den

mittlern Radius der Erde = 6 366 198, und  $g'$  das Gewicht in der geographischen Breite  $\varphi$ , und  $g$  die Höhe über der Meeresoberfläche, so ist:

$$g' = g \frac{1 - \delta \cos 2\varphi}{1 + \frac{2h}{R}}$$

Nach der äusserst eingehenden und sorgfältigen Kritik von Lasch<sup>1)</sup> ist die Constante  $\delta = 0,0025935$ .

Für den Ort München in der geographischen Breite  $48^\circ 8'$  und der Höhe  $h = 515$  m ist gefunden  $g' = 1,429\,094$ . Es berechnet sich hiernach:

$$g = 1,428\,9206,$$

und das Gewicht eines Liter Sauerstoff in der geographischen Breite  $48^\circ 50' 14''$  von Paris und der Höhe von 60 m berechnet sich zu:

$$1,429\,3884\,g.$$

Regnault fand 1,429802. Der Unterschied ist 0,41 mg. Die Gewichtsstücke, die ich benutzte, und die Corrections-tafeln des Gewichtssatzes stützen sich auf eine Copie des in Berlin aufbewahrten deutschen Urkilogramms. Regnault führt nicht an, ob für die Gewichtsstücke, die er gebrauchte, eine Correctionstabelle zur Reduction der Sollgewichte auf Normalgewichte in Anwendung gezogen wurde. Es ist daher nicht zu entscheiden, ob die Differenz der für ein Liter Sauerstoff erhaltenen Gewichte in den gebrauchten Gewichtsstücken oder in der Verschiedenheit der Reinheit des Sauerstoffs begründet ist.

Das Gewicht eines Liters Stickstoff wurde für München gefunden = 1,257 614. Es berechnet sich hiernach das Gewicht eines Liters N für  $45^\circ$  am Meeresniveau zu:

$$1,257\,4614$$

und für Paris:

$$1,257\,8731.$$

Regnault fand 1,256167, also ein Gewicht, welches um 1,706 mg kleiner ist. Dieser Gewichtsunterschied lässt

1) Pogg. Ann. Ergbd. LXXXIII. p. 321. 1868.

sich wohl kaum auf eine etwa unterlassene Reduction der gebrauchten Gewichtsstücke auf die Normaleinheit zurückführen, er ist höchst wahrscheinlich darin begründet, dass dem Stickstoffgase, welches Regnault anwendete, Wasserstoff beigemengt war. Die orientirenden Versuche, die ich mit Stickstoff ausführte, ergaben in den Gewichten Abweichungen in einem Betrage bis zu 3 mg, die erst verschwanden, nachdem für Beseitigung jeder Spur von Wasserstoff gesorgt war.

Die Wägungen der Luft und ihrer Bestandtheile liessen den Wechsel in der Zusammensetzung der Atmosphäre erkennen. Dieses Verfahren setzt Vertrautheit mit dem Gebrauche der Waage voraus, ist aber, einmal organisirt, in physikalischen Laboratorien ohne besondere Schwierigkeit ausführbar. Zieht man in Betracht, dass die Zehntel der Milligramme der erhaltenen Gewichte entscheidend sind für die Zehntel im Procentgehalte des Sauerstoffs der zu prüfenden Luft, und sind es eben nur die Zehntel der Milligramme, welche in Einzelwägungen noch mit Sicherheit festgestellt werden können, so ist damit zugleich der nach der Wägungsmethode erreichbare Grad der Genauigkeit bezeichnet. Nur gestützt auf wiederholte Wägungen gleicher Luftproben kann grössere Exactheit erreicht werden.

Eine viel weiter reichende Genauigkeit ist von einem eudiometrischen Verfahren zu erwarten, welches sich auf Druckmessungen der Luft vor und nach der Entziehung des Sauerstoffgases gründet. Da beiläufig  $\frac{1}{3}$  der Atmosphäre aus Sauerstoff besteht, und da  $\frac{1}{3}$  des mittlern atmosphärischen Druckes in Millimetern eine dreizifferige Zahl bildet, und da endlich Druckablesungen noch mit einer Genauigkeit von 0,1 mm ausführbar sind, so wird die Unsicherheit erst in den Hunderteln der Procente sich bemerkbar machen. Allerdings werden die Fehlerquellen um so mehr sich häufen, je grösser die Zahl der erforderlichen Einzelablesungen ist. Ein eudiometrisches Ver-

fahren, welches mit zwei Ablesungen die zu messenden Grössen liefert, wird einen Vorzug besitzen vor dem, welches drei oder mehrere Druckbestimmungen erfordert.

In dem Eudiometer, welches ich anwendete, wurde das Sauerstoffgas der Luft durch eine in Glühhitze versetzte Kupferspirale entzogen. Der Druck der trockenen kohlensäurefreien Luft wurde in der Temperatur  $0^{\circ}$  und nach Entziehung des Sauerstoffs wieder in der Temperatur  $0^{\circ}$  gemessen. Beide Druckbestimmungen reichen zur Berechnung des Procentgehalts der Luft an O und N aus.

Die Taf. V Fig. 8 erläutert die gebrauchte Anordnung. *A* ist ein Glasgefäss von beiläufig 100 ccm Inhalt und ist zur Aufnahme der Luftproben bestimmt. Es ist einerseits durch eine Schraube *a* verschliessbar, und andererseits durch einen Dreiweghahn aus Glas bei *b* absperrbar. Das Rohr rechts wird mit der Quecksilber-Luftpumpe in Verbindung gebracht, und bei passender Stellung des Dreiweghahns wird die Entleerung des Gefässes bewirkt. Die Füllung mit Probeluft kann, während der Apparat mit der Luftpumpe verbunden ist, ausgeführt werden.

Zur Erzielung der Temperatur  $0^{\circ}$  wurde das Gefäss *A* mit einem Blechcylinder *B*, der mit gestossenem Eis gefüllt war, umgeben. Der Blechcylinder ist aus zwei Halbcylindern gebildet und daher leicht zusammensetzbar und entfernbar. In der Abbildung ist der Cylinder *B* gesondert gezeichnet.

Zur Messung des Druckes dient ein aus den Glasröhren *d* und *g*, die durch einen Gummischlauch verbunden sind, gebildetes Manometer. Die Röhre *g* ist in der federnden Hülse *f* verschiebbar, und auf dem Stativ ist eine Spiegelscala mit Millimetertheilung zur Ablesung der Stellung des Quecksilbers in der Manometerröhre *g* befestigt.

Der Dreiweghahn macht es möglich, das Gefäss *A* und die Röhre *d* zugleich mit der Atmosphäre in Verbindung zu setzen. Bei dieser Hahnstellung wird *g* so ange verschoben, bis das Quecksilber die bei *m* ange-



schmolzene Glasspitze tangirt. Der Dreiweghahn wird darauf um  $90^\circ$  in solcher Richtung gedreht, dass  $A$  nur noch mit  $d$  communicirt. Der abgelesene Barometerstand gibt dann den Druck der Füllung bei  $0^\circ$ , und die an der Spiegelscala abgelesene Stelle des Quecksilbers bezeichnet die Lage der Spitze  $m$ .

Die Kupferspirale in  $A$  wird durch einen electrischen Strom in Glühhitze versetzt. Ich habe zu den Versuchen Drähte von 60 cm Länge und 0,5 mm Durchmesser angewendet. Die Spiralwindungen des Drahts hatten einen Durchmesser von etwa 1 cm und waren dicht aneinander anschliessend. Die Abkühlungsfläche wird hierdurch vermindert, und der Draht kommt in lebhafte Glühhitze. Die Anwendung einer Batterie von drei Kohlenelementen zeigte sich ausreichend.

Die Zuleitung des Stroms erfolgte durch Kupferdrähte von 3 mm Durchmesser, an deren obern Enden der Spiraldraht durch Klemmschrauben befestigt ist.

Taf. V Fig. 9, welche in vergrössertem Maassstabe die Verschlusschraube  $a$  darstellt, zeigt zugleich die Art der Leitung des Stroms. Der eine Draht ist direct an der Stahlplatte, welche die Verschlusschraube bildet, angebracht. Die Stahlplatte bildet also einen Theil des Stromweges. Der zweite Zuleitungsdraht ist durch eine Glasröhre von der Stahlplatte isolirt. Der luftdichte Verschluss wird durch eine Büchse  $n$ , die mit geschmolzenem Siegelack gefüllt ist, vollkommen gesichert. Der Leder-ring zwischen Schraube und Fassung bedarf einiger Aufmerksamkeit. Er kann bei gewöhnlicher Temperatur vollkommen luftdicht schliessen, während er bei der Temperatur  $0^\circ$  sich nicht mehr ausreichend zeigt. Ein Ueberstreichen der äussern Fuge mit Siegelwachs gibt einen vollkommen sichernden Verschluss.

Der Draht wurde immer nur während 10 Minuten in Glühhitze erhalten. Nach drei- bis viermaliger Wiederholung ist alles Sauerstoffgas entfernt. Die sich bildende Oxydrinde blättert sich mit jeder Abkühlung grössern

Theils ab. Es kommen also bei dem erneuerten Glühen immer wieder frische Metallflächen mit dem Gase in Berührung.

Das Sauerstoffgas ist entfernt, wenn nach wiederholtem Glühen keine Druckabnahme mehr zu bemerken ist. Der Blechcylinder wird zum zweiten Male aufgesetzt, wird mit gestossenem Eis gefüllt, und die Röhre *g* wird in der Art verschoben, bis das Quecksilber wieder die Spitze *m* tangirt. Der Barometerstand, vermindert um die durch die Oxydation des Kupfers bewirkte, an der Spiegelscala abzulesende Druckabnahme, gibt den Druck des zurückgebliebenen Stickgases.

Der Kupferdraht ist nach der Art der Herstellung im Ziehblech meist mit einer dünnen Lage Fett überzogen. Dieser Fettüberzug wird leicht und vollständig entfernt, indem man die Spirale vor dem Einsetzen in das Eudiometer durch einen galvanischen Strom auf kurze Zeit in Glühhitze versetzt.

Die Prüfung auf die Leistungsfähigkeit des Eudiometers wurde unter Anwendung zweier verschiedener Füllungen mit Luft, die gleichen Luftproben entnommen waren, ausgeführt. Man hätte also gleiche Zusammensetzung zu erwarten. Die Differenzen in den Resultaten werden den Einfluss sämtlicher Fehlerquellen auf das Endresultat bezeichnen.

Die Luftprobe war bei herrschendem Westwind bei einem Barometerstande von 709,48 mm geschöpft.

#### Vor Entziehung des O.

Druck der Luft im Eudiometer . . . . .	708,50
Manometer abgelesen an der Spiegelscala . . . . .	21,0.

#### Nach Entziehung des O.

Manometer abgelesen an der Spiegelscala . . . . .	169,7
Differenz der Manometerstände bei 12,2° des Quecksilbers . . . . .	148,7
Differenz der Manometerstände bei 0° des Quecksilbers . . . . .	148,42
Barometerstand, reducirt auf 0° des Quecksilbers . . . . .	710,65
Druck des Gases nach Entziehung des O . . . . .	562,13.

Der Druck der Luft war vor Entziehung des O 708,50 und ist bei gleichem Volumen nach Entziehung des O nur 562,23. Auf gleichen Druck reducirt ist nach dem Mariotte'schen Gesetze das Volumen 1 auf das Volumen  $\frac{562,23}{708,50} = 0,79\ 355$  zurückgegangen.

In Procenten ausgedrückt hat man daher 79,355 N und 20,645 O.

Nach 24 Stunden wurde der Draht wiederholt in Glühhitze versetzt, und darauf das Gefäss wieder auf die Temperatur 0° zurückgebracht. Es ergab sich:

Manometer abgelesen an der Spiegelscala . . . . .	168,5
Differenz der Manometerstände . . . . .	147,5
Reducirt auf 0° . . . . .	147,22
Barometerstand . . . . .	709,38
Druck des Gases . . . . .	562,16.

In Procenten ausgerechnet erhält man hiernach 79,345 N und 20,655 O.

Ein dritter Versuch ergab nach wiederholtem Glühen des Drahts 79,350 N und 20,650 O. Die grösste Abweichung ist also 0,01 Procent.

Das Eudiometer wurde entleert und darauf mit Luft, welche der gleichen Luftprobe wie beim vorangehenden Versuche entnommen war, gefüllt. Es ergab sich:

#### Vor Entziehung des O.

Druck der Luft im Eudiometer bei 0° . . . . .	709,35
Manometer . . . . .	21,0.

#### Nach Entziehung des O.

Manometer . . . . .	162,0
Differenz der Manometerstände bei 12,7° des Quecksilbers	141,0
Differenz der Manometerstände reducirt auf 0° . . . . .	140,72
Barometer . . . . .	703,71
Druck des Gases nach Entziehung des O . . . . .	562,99.

In Procenten ausgedrückt erhält man hiernach 79,366 N und 20,634 O.

Nach 24 Stunden und wiederholtem Glühen des Drahts wurde erhalten:

Manometer . . . . .	160,6
Differenz der Manometerstände bis 16° des Quecksilbers . . . . .	139,6
Differenz der Manometerstände reducirt auf 0° . . . . .	139,25
Barometer . . . . .	702,20
Druck des Gases nach Entziehung des O . . . . .	562,95

In Procenten ausgedrückt erhält man hiernach 79,361 N und 20,639 O.

Für Luft gleicher Beschaffenheit, welche in zwei getrennten Operationen zur Füllung des Eudiometers verwendet wurde, ergeben die Versuche im Mittel:

I. 20,650 O, II. 20,637 O.

Die Differenz ist also nur 0,013 Proc. In der That ist ja auch einzusehen, dass, wenn die Ablesungen der Druckgrößen vor und nach Entziehung des O mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,05$  mm ausgeführt sind, die Abweichungen in den Bestimmungen des Procentgehalts 0,02 Proc. nicht erreichen werden.

Nach dem beschriebenen Verfahren wurden in den Monaten Juni und Juli, und dann wieder im October und November 1877 Luftproben auf ihren Sauerstoffgehalt geprüft. Die folgende Tabelle enthält die Resultate nebst Angabe der Barometerstände und der Windrichtungen, bei welchen die Luft geschöpft wurde.

Datum	O in %	Bar.	Wind	Datum	O in %	Bar.	Wind
13. Juni	20,53	714,03	W.	15. Oct.	20,83	719,3	O.
18. „	20,95	717,7	N.	16. „	20,75	723,3	O.
24. „	20,73	716,8	NO.	21. „	20,84	723,0	O.
27. „	20,65	718,7	NO.	23. „	20,84	710,6	NW.
31. „	20,69	718,1	NO.	27. „	21,01	721,5	N.
3. Juli	20,66	716,9	O.	31. „	20,85	714,2	W.
17. „	20,64	713,1	S.	2. Nov.	20,91	724,1	NO.
19. „	20,56	713,9	SW.	10. „	20,56	718,2	SO.
27. „	20,75	719,9	NO.	13. „	20,67	707,0	W.
12. Oct.	20,78	715,7	O.	20. „	20,65	708,9	NW.
14. „	20,86	720,9	NW.				

Die Resultate der eudiometrischen Messungen stimmen mit denen, die auf Grund von Wägungen erhalten wurden, vollständig überein. Nach beiden Messmethoden ergibt sich, dass der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre nicht ganz unbeträchtlichen Schwankungen unterliegt. Die Luftproben des Jahres 1877 zeigen Unterschiede im Sauerstoffgehalte von 21,01 bis herab auf 20,53 Proc., und die im Jahre 1875 bis 1876 nach der Wägungsmethode gefundenen grössten und kleinsten Sauerstoffgehalte waren 20,96 und 20,47 Proc. Der grösste Sauerstoffgehalt trat in beiden Jahrgängen unter herrschendem Polarstrome, und der kleinste unter herrschendem Aequatorialstrome oder Föhn auf. Begreiflich ist damit nicht gesagt, dass in allen Fällen, in welchen die Windfahne nach N. oder NO. zeigt, nothwendig grösserer und bei S. und SW. kleinerer Sauerstoffgehalt, oder dass gar, wie in den extremsten Fällen, sich Unterschiede von 0,5 Procent mit jeder Drehung der Windfahne geltend machen. Je rascher die Windrichtungen wechseln, um so mehr hat man es mit einer Mischung verschiedener Luftmassen zu thun. Aber eben deshalb erhält man in diesen Fällen nie einen so hohen Sauerstoffgehalt wie bei anhaltendem Polarstrome, oder einen so niedern wie bei anhaltendem Aequatorialstrome.

Der Satz der Unveränderlichkeit in der Zusammensetzung der Atmosphäre ist nicht aufrecht zu erhalten. Schon Regnault<sup>1)</sup> hatte die Vermuthung der Veränderlichkeit in der Zusammensetzung der Luft ausgesprochen, und hat es eben deshalb als trügerisch bezeichnet, den specifischen Gewichten der Gase das der Luft als Einheit zu Grunde zu legen. Gleichwohl hat er das Gewicht eines Liters Luft für die Breite und Höhe von Paris bestimmt und nach bekannter Rechnung das Gewicht eines Liters Luft für die Breite von 45°, wie die einer Normalconstanten abgeleitet.

Es liegen nur die Erfahrungen zweier Jahre vor;

1) Mém. de l'Acad. des Sciences T. XXI. p. 138. 1847.

nach denselben waren in beiden Jahren die Schwankungen in der Zusammensetzung der Luft nahezu von gleicher Grösse. In dem einen der Jahrgänge war die Methode der Wägungen angewendet. In diesem Falle zeigt sich die Bestimmung der Zehntel des Procentgehalts abhängig von der Feststellung der Zehntel der Milligramme des Gewichts von einem Liter Luft, die Hundertel von den Hunderteln der Milligramme. Mit einer correct ausgeführten Waage kann dies geleistet werden. Immerhin ist aber das Verfahren ein mühsames. Das Kupfereudiometer ist leichter zu handhaben und gibt, wenn die Druckgrössen auf ein Zehntel eines Millimeters genau bestimmt werden, den Procentgehalt mit der Genauigkeit eines Hundertel Procents. Ich hatte den mühsamern Weg zuerst eingeschlagen und suchte des auffallenden Resultats halber nach einer Controle, welche dann eben zur Construction des Kupfereudiometers führte.

Ob von Jahr zu Jahr die Schwankungen stets in gleichen Grenzen erfolgen, und ob im Mittel der Sauerstoffgehalt in jedem Jahre der gleiche ist, wird erst durch eine ausgedehntere Beobachtungsreihe sich feststellen lassen. Zunächst ist es wahrscheinlich, dass ebenso wie die Dauer der Polar- und Aequatorströme an gleichem Orte nicht jedes Jahr die gleiche ist, auch kleine Differenzen im mittlern Sauerstoffgehalte sich von Jahr zu Jahr werden geltend machen. Auch wird man aus den Beobachtungen zweier Jahre schliessen dürfen, dass trotz der reichern Vegetationsdecke südlicherer Breitengrade die Oxydationsprocesse (vielleicht infolge der höhern Temperatur) die Reductionsprocesse überwiegen, während umgekehrt der reichere Gehalt an Sauerstoff der Polarströme ein Zurücktreten der Oxydationsprocesse gegen die der Reduction für die nördlichern Gegenden ausdrückt.

**IV. Zurückweisung eines Einwurfs  
gegen die neue Theorie der Krystallstructur;  
von L. Sohncke.**

In einer vor einigen Monaten erschienenen Note, welche meiner neuen Theorie der Krystallstructur gewidmet ist, hat Hr. A. de Lapparent<sup>1)</sup> sich bemüht, diese Theorie als der Erfahrung widersprechend und somit als nichtig nachzuweisen. Ich werde im Folgenden zeigen, dass dieser Nachweis vollständig misslungen ist. Dadurch hoffe ich auch bei anderen gewisse Schwierigkeiten wegzuräumen, welche dem Verständniss dieser Theorie entgegenstehen.<sup>2)</sup>

Als Ausgangspunkt dient Hrn. de Lapparent folgender Erfahrungssatz: Wenn man in einem krystallisirten homogenen Körper die verschiedenen physikalischen Eigenschaften nach allen Richtungen, die von einem bestimmten Punkte auslaufen, studirt, so findet man, dass diese Eigenschaften nur von den Richtungen abhängen und unabhängig von der Lage des Ausgangspunktes sind.

Dies sagt aus, dass es im Krystall unendlich viele Punkte gibt, um deren jeden die physikalischen Eigenschaften gleich vertheilt sind, woraus man schliesst, dass um jeden von ihnen auch die Materie gleich vertheilt ist.

Hieraus folgt (wie Delafosse und Bravais gezeigt haben), dass jene unendlich vielen homologen Punkte eine

1) Ann. de la Soc. scient. de Bruxelles. 1873.

2) Ich habe von meiner Theorie ausgesagt (Die unbegrenzten regelmässigen Punktsysteme als Grundlage einer Theorie der Krystallstructur, Karlsruhe 1876, p. 2), sie sei frei von einer beschränkenden Voraussetzung, welche der Bravais'schen Theorie zu Grunde liege, und sie sei unvergleichlich allgemeiner als jene. Bei der Prüfung dieser Behauptung hat Hr. de Lapparent übersehen, dass nicht von mir, sondern von Hrn. Chr. Wiener das Bravais'sche Postulat entdeckt worden ist, was ich ausdrücklich in der erwähnten Schrift (p. 2 Anm.) anführe und in einer Abhandlung über die regelmässigen ebenen Punktsysteme (Borch. Journ. LXXVII. 1873) eingehend erörtert habe.

parallelepipedische Anordnung besitzen (oder — wie ich sagen will — ein Raumgitter bilden).

Endlich beweist man leicht, dass die aus Atomen zusammengesetzten Molecularpolyeder, deren Schwerpunkte jenes Raumgitter bilden, sämmtlich untereinander parallel liegen müssen.

Durch diese Kette von Schlüssen ist die parallele Lagerung aller Molecularpolyeder im Krystall aus der Erfahrung abgeleitet; folglich ist nach Hrn. de Lapparent eine Theorie, welche nicht die Parallellität sämmtlicher Krystallmoleküle für nothwendig erklärt, im Widerspruch mit der Erfahrung und daher zu verwerfen.

Diese ganz in Bravais'schem Sinne verlaufende Argumentation ist allerdings bestechend. Ihr schwacher Punkt liegt nämlich so versteckt, dass er von den meisten übersehen worden ist; und ich selbst habe, noch nachdem mich Hr. Wiener mit seinen abweichenden Ansichten bekannt gemacht hatte, längere Zeit gebraucht, um die Willkür der mir vertraut gewordenen Bravais'schen Anschauungsweise einzusehen.

Das letzte Glied der angeführten Kette von Schlüssen, „dass bei parallelepipedischer Anordnung der Molecularschwerpunkte auch die Molecularpolyeder selbst parallel liegen müssen“ (worauf Hr. de Lapparent besonderes Gewicht legt), kommt hierbei gar nicht in Frage, denn es ist zu evident, um überhaupt von irgend jemand bezweifelt worden zu sein. Der Fehler liegt vielmehr in der Deutung des vorletzten Gliedes, welches oben als das von Delafosse und Bravais abgeleitete bezeichnet wurde.

Es ist freilich richtig, dass aus dem fundamentalen Erfahrungssatze folgt, dass in einem homogenen Krystalle unzählig viele Punkte existiren müssen (sogar in aller Strenge unendlich viele, wenn man den Krystall unbegrenzt denkt), um deren jeden die Vertheilung der Materie nach beliebigen, fest im Raume gegebenen Richtungen hin völlig dieselbe ist, wie um jeden andern. Aber diese homologen Punkte sind doch zunächst nur geometrische Punkte; und



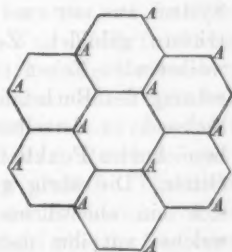
die Frage, ob es gerade diese und nur diese Punkte sind, welche die Schwerpunkte der congruenten Krystallmolecüle tragen, ist vorläufig noch ganz offen gelassen. Wenn es daher auch weiter richtig ist, dass sich für die homologen Punkte nothwendig eine parallelepipedische Anordnung ergibt, so ist man dadurch doch noch keineswegs berechtigt, nun ohne weiteres als selbstverständlich anzunehmen (wie es Bravais thut), dass die Schwerpunkte aller congruenten Krystallmolecüle eine parallelepipedische Anordnung besitzen. Vielmehr ist nur folgende Schlussweise ohne Einwurf.

Man fasse ein solches parallelepipedisches Netz homologer Punkte in's Auge und verschiebe es im festgehaltenen Krystall parallel mit sich unendlich wenig: dann sind sämmtliche jetzt von ihm besetzten Punkte ebenfalls untereinander homolog, d. h. auch um jeden dieser neuen Punkte ist die Anordnung der Materie gleichartig. Weil nun die Verschiebung des ursprünglichen Netzes unendlich klein, sonst aber ganz beliebig war, so muss es im Krystall unendlich viele congruente, parallel ineinander stehende Netze von je homologen Punkten geben; einzelne dieser Netze werden mit Schwerpunkten von Molecülen besetzt sein, andere nicht. Unter allen diesen Netzen gibt es gewisse ausgezeichnete. Nämlich alle Krystalle, mit Ausnahme derjenigen des triklinen Systems, besitzen Symmetrieaxen, d. h. solche Geraden, um welche gewisse Drehungen oder Schraubungen ausgeführt werden können, die den (unbegrenzt zu denkenden) krystallinischen Molecularcomplex mit sich selbst wieder zur Deckung bringen. Welchen Punkt einer solchen Symmetrieaxe man nun auch in's Auge fassen mag: jedenfalls verlaufen durch alle zu ihm homologen Punkte parallele gleiche Axen. Ein Netz solcher homologen Punkte, durch welche parallele, gleiche Symmetrieaxen verlaufen, soll ein Hauptnetz heissen. Jetzt kann man zwei verschiedene Annahmen machen: eine specielle und eine allgemeine. Die specielle Annahme macht Bravais, indem er willkürlich voraus-

setzt, die Schwerpunkte von Moleculen lägen in den Punkten eines Hauptnetzes; die allgemeine Annahme mache ich, indem ich dies nicht für nothwendig erkläre, sondern zunächst an einem gegen ein Hauptnetz ganz beliebig gewählten Orte einen Massenpunkt vorhanden denke. Genau so wie dieser Massenpunkt zu dem nächsten Punkte des Hauptnetzes liegt, muss ein homologer Massenpunkt bei jedem andern Punkte des Hauptnetzes liegen, sonst wäre ja die Massenvertheilung um die verschiedenen Punkte des Hauptnetzes keine gleiche. Diese Massenpunkte für sich sind also parallelepipedisch angeordnet, und die durch sie ersetzt gedachten Polyeder stehen natürlich untereinander parallel. Aber diese Massenpunkte sind im allgemeinen keineswegs die einzigen im ganzen Krystalle. Führt man nämlich die durch eine Symmetrieaxe geforderten Bewegungen aus (z. B. bei einem Krystalle des quadratischen Systems etwa wiederholte Drehungen um  $90^\circ$ ), so kommen alle Massenpunkte in neue Lagen, und die durch sie repräsentirten Polyeder stehen zu den vorigen natürlich nicht mehr parallel. Man erkennt, dass der ganze Krystall aus mehreren (im vorigen Beispiel vier) ineinander gestellten Bravais'schen Raumgittern besteht. Denkt man sich jedoch den Specialfall realisirt, dass der anfänglich gegebene Massenpunkt gerade in einen Punkt eines Hauptnetzes fällt, so fallen diese mehreren Raumgitter in ein einziges zusammen, und man hat die Bravais'sche Anordnung. Somit ist ersichtlich, dass meine Theorie der Bravais'schen durchaus nicht in der Weise feindlich gegenübersteht, dass sie die Resultate derselben sämmtlich für falsch erklärte; vielmehr ist sie eine Verallgemeinerung der Bravais'schen Theorie und umfasst sämmtliche Bravais'sche Raumgitter als specielle Fälle in sich. Folglich behauptet Hr. de Lapparent etwas absolut Unmögliches, wenn er versichert, dass man nach Bravais' Theorie noch erheblich mehr Varietäten erhalte als die Anzahl der Sohncke'schen Punktsysteme beträgt.

Es wird nicht überflüssig sein, ein möglichst einfaches Beispiel eines solchen allgemeineren krystallinischen Punktsystems hier kurz vorzuführen; dabei beschränke ich mich der leichtern Verständlichkeit wegen auf eine ebene Punkt-anordnung. Lauter congruente, mit den Seiten aneinander liegende regelmässige Sechsecke, die nur in den Ecken Massenpunkte tragen, bilden einen ganz speciellen Fall eines krystallinischen Punktsystems von hexagonalem Charakter. Dasselbe genügt dem Begriffe der Regelmässigkeit, denn die Anordnung der Massenpunkte ist um jeden Massenpunkt dieselbe wie um jeden andern, so dass kein Punkt des Systems irgend eine Besonderheit der Lage gegen die übrigen Punkte des Systems besitzt. Um sich hiervon zu überzeugen, denke man

sich das System starr gemacht und jeden Punkt verdoppelt, sodass zwei congruente Systeme in Deckung aufeinander liegen. Dann kann man eins der beiden Systeme aus seiner bisherigen Lage herausnehmen und es mit dem andern auf unendlich viele Arten wieder zur Deckung bringen, indem man dabei durch passende Schiebungen



und Drehungen bewirken kann, dass irgend ein bestimmter Massenpunkt des einen Systems mit jedem beliebigen Massenpunkte des andern zusammenfällt. Die mit Bienenzellen vergleichbare Figur lässt unmittelbar erkennen, dass die Mittelpunkte der sämtlichen Sechsecke (die aber keine Massenpunkte tragen), ein Bravais'sches hexagonales Gitter bilden. Sie erfüllen die aus dem experimentellen Fundamentalsatze abgeleitete Hauptforderung, dass um jeden von ihnen die gesammte Massenvertheilung nach fest gegebenen Richtungen hin dieselbe ist wie um jeden andern, obgleich, wie man sieht, die Anordnung der Massenpunkte keine parallelogrammatische ist. Zieht man von den Mittelpunkten aller Sechsecke aus Parallellinien nach

beliebiger Richtung und von beliebiger, aber gleicher Länge, so bilden die Endpunkte derselben für sich ebenfalls ein dem Mittelpunktsnetze congruentes Netz homologer Punkte mit gleicher Massenvertheilung um alle. Die Mittelpunkte der Sechsecke selber bilden ein Hauptnetz, denn durch jeden Mittelpunkt geht, senkrecht zur Zeichnungsfläche, eine sechszählige Symmetrieaxe, d. h. durch Drehungen um  $60^\circ$  um einen solchen Mittelpunkt gelangt die Figur jedesmal mit sich selbst wieder zur Deckung. Dabei kommt ein Massenpunkt nacheinander in die sechs Ecken eines Sechsecks zu stehen. Während andere regelmässige Punktsysteme mit sechszähligen Symmetrieaxen aus sechs Bravais'schen hexagonalen Gittern zusammengesetzt sind, erscheint das vorliegende, sehr specielle System aus nur zwei congruenten parallelogrammatischen Gittern gebildet. Zeichnet man nämlich die drei abwechselnden Ecken eines Sechsecks aus (z. B. durch Beisetzung des Buchstabens *A*), und schreitet vom Ausgangs-sechseck in derselben Weise weiter fort, so bilden alle bezeichneten Punkte für sich ein Bravais'sches hexagonales Gitter. Die übrig gebliebenen Massenpunkte bilden für sich ein ebensolches, dem vorigen congruentes Gitter, welches mit ihm dadurch zur Deckung gebracht werden kann, dass man es um die Mitte einer Seite eines Sechsecks (der Figur) um  $180^\circ$  dreht. Also lässt sich dieses Punktsystem auffassen als aus zwei ineinandergestellten congruenten Bravais'schen Gittern gebildet. — Schliesslich mag noch darauf aufmerksam gemacht werden, dass eine gerade Linie, welche durch zwei nächstbenachbarte Punkte gelegt ist, nicht äquidistant mit Punkten besetzt ist, sondern dass auf ihr zweierlei Punktabstände regelmässig abwechseln.

Um alle etwa aus dem physikalischen Verhalten hergenommenen Einwürfe gegen die neue Theorie zu beseitigen, ist es nöthig, dass man sich völlig klar mache, wie weit die aus physikalischen Beobachtungen entnommene Belehrung über die Constitution der Krystalle überhaupt nur reichen kann. — Welche Beobachtungen man auch

anstellen mag, so kann man es doch nie erreichen, das physikalische Verhalten gerade nur längs einer mathematischen Geraden, die von einem mathematischen Punkte ausgeht, zu studiren. Vielmehr kann man stets nur eine Krystallpartie von merklicher Breite dem Versuche unterwerfen. Wenn man z. B. zum Zwecke der Härteuntersuchung eine Krystallfläche mit einer harten Spitze ritzt, so überstreicht man keineswegs eine mathematische Gerade, sondern einen Streifen, dessen Breite immer noch gross gegen die Molecularabstände ist. Ebenso ist ein den Krystall durchdringender Lichtstrahl nicht eine gerade Linie, sondern ein schmaler Cylinder; und analog ist es in allen Fällen. Also ist man nicht im Stande zu entscheiden, ob das Verhalten längs paralleler Geraden immer das gleiche sei, von welchem mathematischen Punkte aus man die Linie auch ziehen mag. Was die Erfahrung lehrt, ist immer nur das resultirende Verhalten sehr vieler, äusserst nahe beisammen liegender paralleler Molecularfäden, welche also jedenfalls nicht von einem mathematischen Punkte ausgehen. Hält man sich diese unzweifelhafte Thatsache gegenwärtig, so begreift man, dass die Beobachtungen im allgemeinen keine unmittelbare Auskunft über die Lagerung der Theilchen geben können, ausser dass sie den allgemeinen Symmetriecharakter des Krystalls erkennen lassen. Es ist daher unmöglich, physikalische Beobachtungen als Beweis für die allgemeine Gültigkeit der Bravais'schen Theorie herbeizuziehen. Letztere Theorie ist vielmehr nur eine Hypothese, und zwar eine solche, welche mehr Willkürlichkeit einschliesst als die neue Theorie. Denn für letztere genügt der Grundsatz der regelmässigen Punkt-anordnung, um alle überhaupt denkbaren Structurformen abzuleiten; und keine dieser Formen ist im Widerspruche mit dem allgemeinen experimentellen Fundamentalsatze. Unentschieden bleibt zunächst nur, welche unter den geometrisch möglichen Structurformen stabile Gleichgewichtslagen für congruente Molecüle sein können.

Die interessanteste Seite der neuen Theorie ist vielleicht die Thatsache, dass es unter den regelmässigen unendlichen Punktsystemen nicht wenige gibt, deren Punkte schraubenförmig angeordnet sind. Auf Grund dieser Anordnung ist es mir nämlich, mit Berücksichtigung der von Hrn. v. Reusch entdeckten optischen Eigenschaften von wendeltreppenförmig aufgeschichteten Glimmerblättchen-Combinationen, gelungen, eine einfache Erklärung für die Drehung der Polarisationssebene in manchen Krystallen zu geben<sup>1)</sup>. Solchen Krystallen muss nämlich ein schraubenförmiger Bau zugesprochen werden, was um so mehr Wahrscheinlichkeit besitzt, als derselbe auch ausserdem in ihrer Krystallform zum Ausdruck kommt. Solche Schraubensysteme finden sich auch in denjenigen beiden Hauptabtheilungen regelmässiger Punktsysteme, welche dem regulären Krystallsysteme entsprechen, so dass wahrscheinlich auch das chlorsaure Natron eine schraubenförmige Structur besitzt.

Ein genaueres Eingehen auf die Theorie ist hier nicht am Platze; daher möchte ich diejenigen Leser, welche sich mit derselben genauer bekannt zu machen wünschen, auf mein demnächst erscheinendes ausführliches Werk „Entwicklung einer Theorie der Krystallstructur“ verweisen.

Karlsruhe, im Januar 1879.

1) Pogg. Ann. Ergb. VIII. p. 16. 1873.

V. Ueber die in freien Wasserstrahlen auftretenden electromotorischen Kräfte;  
von Julius Elster.

(Inaugural-Dissertation.)

§ 1. Einleitung.

Seit Entdeckung der sogenannten Diaphragmenströme durch Prof. Quincke<sup>1)</sup> sind eine Reihe von Erscheinungen bekannt geworden, welche mit diesen offenbar im engsten Zusammenhange stehen, ohnedass es jedoch gelang, die gemeinsame Ursache der bei gewissen Flüssigkeitsbewegungen auftretenden electromotorischen Kräfte zu ermitteln. So zeigte Zöllner<sup>2)</sup>, dass ein dem Diaphragmenstrom analoger Strom auch entstehe, wenn man Wasser durch ein enges Glasrohr hindurchpresst, dass mithin zur Entstehung eines electricischen Stromes bei einer durch eine Röhre strömenden Flüssigkeit das Diaphragma nicht absolut nothwendig sei. Diese Beobachtung wurde dann von Dorn<sup>3)</sup> und Edlund<sup>4)</sup> dahin erweitert, dass selbst bei Anwendung von Röhren mit grossem Querschnitt auch electromotorische Kräfte beobachtet werden, welche der eines Daniell'schen Elements nahezu gleichkommen.

In den meisten Fällen wurde als strömende Flüssigkeit destillirtes Wasser benutzt und stets ein electricischer Strom im Sinne der Flüssigkeitsbewegung wahrgenommen. Nur zweimal wurde ein Strom, welcher gegen die Flüssigkeitsbewegung gerichtet war, beobachtet, und zwar einmal, als Quincke<sup>5)</sup> einen Alkohol von bestimmter Concentration durch ein Diaphragma hindurchpresste, und dann, als Dorn<sup>6)</sup> eine Glasröhre, deren innere Wandung mit einem Wachsüberzug

1) Pogg. Ann. CVII. p. 37. 1859 und CX. p. 56. 1860.

2) Pogg. Ann. CXLVIII. p. 640. 1872.

3) Pogg. Ann. CLX. p. 56. 1877.

4) Wied. Ann. I. p. 191. 1877.

5) Pogg. Ann. CXIII. p. 559. Ann. 1861.

6) Wied. Ann. V. p. 39. 1878.



versehen war, in Anwendung brachte, und Wasser durchströmen liess.

-Obwohl diese beiden Beobachtungen dafür sprechen, dass die capillarelectrischen Ströme von der Natur der bewegten Flüssigkeit und der Beschaffenheit des Körpers, mit welchem die Flüssigkeit in Berührung ist, abhängig sind, so ist dieses doch noch eine offene Frage.

Zwar haben schon Clark <sup>1)</sup> und Haga <sup>2)</sup> nachgewiesen, dass, wenn man ein capillares Glasrohr mit verschiedenen Substanzen überzieht, ganz voneinander verschiedene electromotorische Kräfte erhalten werden, wenn man unter sonst gleichen Bedingungen Wasser durch die Röhre hindurchpresst. Edlund hält die Versuche dieser Herren nicht für beweisend <sup>3)</sup>, sondern schreibt die Verschiedenheit der electromotorischen Kräfte der Verringerung des Radius der Röhre zu, die durch das Anbringen eines Ueberzuges eintritt, und stützt diese Behauptung auf Versuche, welche er mit Röhren von weiterem Querschnitt anstellte.

Ferner leitet er aus der von ihm aufgestellten unitarischen Theorie der Electricität ab, dass bei einer Flüssigkeitsbewegung stets ein electricischer Strom im Sinne dieser Bewegung entstehen muss, stellt somit der von Zöllner <sup>4)</sup> gegebenen Theorie der capillarelectrischen Ströme, welche dieselben aus der Reibung der Flüssigkeit an der Röhrenwand ableitet, eine neue entgegen, welche die Frage, ob die bei Flüssigkeitsbewegungen auftretenden electromotorischen Kräfte von der Natur des Körpers, der mit der Flüssigkeit in Berührung ist, abhängig seien, zu einer fundamentalen macht.

Während also Zöllner die capillarelectrischen Ströme mit den von ihm entdeckten Reibungsströmen identificirt <sup>5)</sup>, nimmt Edlund an, dass eine Flüssigkeitsbewegung an

1) Wied. Ann. II. p. 336. 1877.

2) Wied. Ann. II. p. 327. 1877.

3) Wied. Ann. III. p. 489. 1877.

4) Pogg. Ann. CLVIII. p. 497. 1876.

5) Pogg. Ann. CLVIII. p. 520. 1876.



sich im Stande sei, einen electricischen Strom im Sinne dieser Bewegung hervorzurufen.

Zur Entscheidung der Frage, welche von diesen Theorien der Wirklichkeit entspricht, wurde die folgende Untersuchung angestellt.

Die Gesichtspunkte, von denen ich bei derselben ausging, sind diese:

Es ist klar, dass, wenn durch eine Flüssigkeitsbewegung an sich ein electricischer Strom erzeugt wird, zwischen zwei beliebigen Punkten eines freien Flüssigkeitsstrahls eine bestimmte Potentialdifferenz statthaben muss.

Man könnte allerdings hiergegen einwenden, dass, da die in durchströmten Röhren auftretende Potentialdifferenz stets der Druckdifferenz in den betrachteten Punkten proportional ist, in freien Wasserstrahlen keine Electricitätsentwicklung zu erwarten sei, weil zwischen je zwei Punkten eines Flüssigkeitsstrahls keine Druckdifferenz vorhanden ist. Doch fällt dieser Einwand, wenn man bedenkt, dass die in Röhren auftretende electromotorische Kraft nur insofern vom Druck abhängig ist, als dieser die Geschwindigkeit der Flüssigkeitstheilchen bedingt. Schon Prof. Quincke<sup>1)</sup> wies nach, dass, wenn man bei ruhendem Wasser dafür sorgt, dass die Electroden, welche in die Flüssigkeit eingesenkt sind, unter verschiedenem Drucke stehen, kein electricischer Strom hervorgebracht wird.

Die Theorie, dass die capillarelectricischen Ströme durch die Reibung der Flüssigkeit an der Röhrenwand bedingt werden, würde fordern, dass in freien Strahlen keine electromotorischen Kräfte auftreten, dass jedoch, sobald man den freien Strahl über eine isolirende Fläche gleiten lässt, ein electricischer Strom entstehen muss.

Die aus dieser Theorie abgeleitete Folgerung hat sich vollkommen bestätigt, indem es gelang, nachzuweisen, dass in freien Strahlen in Luft keine electromotorischen Kräfte auftreten, dass jedoch ein electricischer Strom entsteht, so-

1) Pogg. Ann. CVII. p. 13. 1859.

bald man einen solchen Strahl über eine Platte aus isolirender Substanz gleiten lässt.

## § 2. Apparat und Methode.

Als strömende Flüssigkeit wurde das Wasser der hiesigen Wasserleitung benutzt, die erlaubte, einen Wasserstrahl unter einem Druck von 2230 mm Quecksilber austreten zu lassen. An den Hahn der Leitung konnten Ansatzstücke aus Messing angeschraubt werden, in die eine Glasröhre von 5 mm Durchmesser eingekittet werden konnte. Vermittelst einer Kautschukverbindung und einer Glasröhre von gleicher Weite und 1 m Länge wurde das Wasser bis zu einem Gefäss hingeleitet, das auf einem Isolirschemel stand. In dieses hinein wurde ein zweites grosses Glasgefäss gestellt, welches die der Ausströmungsöffnung entfliessenden Wassermassen aufnahm. Das erstere hatte nur den Zweck, zu verhindern, dass der Fussboden durch etwa überfliessendes Wasser benetzt würde. Diese Vorsicht schien geboten, da nur bei ganz vollständiger Isolation constante Resultate erzielt wurden. Die Bestimmung der electromotorischen Kraft geschah mit Hülfe des Thomson-Kirchhoff'schen Quadrantelectrometers, indem die zu messende electromotorische Kraft mit der eines Normaldaniell verglichen wurde, dessen Constanz seinerseits durch Vergleichen mit einem Clark'schen Elemente controlirt wurde. Ausserdem bediente ich mich noch eines Galvanometers (8000 Windungen) nach Wiedemann, das mit Hülfe eines Haüy'schen Stabes vollkommen aperiodisch gemacht war. Wo es geboten erschien, wurde die Intensität des capillarelectrischen Stroms gemessen. (Die Ablesung am Electrometer sowohl, wie auch am Galvanometer geschah mit Spiegel, Scala und Fernrohr in bekannter Weise). Da alsdann die entsprechende electromotorische Kraft durch die Messung am Electrometer bekannt war, so liess sich hieraus der Widerstand der zwischen den Electroden eingeschalteten Flüssigkeitsmasse in willkürlichen Einheiten berechnen. Der Einfluss der Polarisation

wurde dadurch zu vermeiden gesucht, dass der Strom nur so lange geschlossen wurde, bis das Maximum der Ablenkung an dem aperiodischen Galvanometer erfolgt war.

Als Electroden dienten mit Wasserleitungswasser gefüllte, an ihrem einen Ende zu einer Spitze ausgezogene Glasröhren, in deren anderes Ende Platindrähte eingeschmolzen waren. (S. Taf. VI Fig. 3). Vollkommene Gleichartigkeit dieser Drähte wurde dadurch erreicht, dass sie in der Gebläselampe so lange geglüht wurden, bis absolut keine Flammenfärbung mehr eintrat und dass sie paarweise miteinander verbunden in einem mit Wasser gefüllten Gefäss während 12 Stunden belassen wurden. Die durch sie hervorgebrachte electromotorische Kraft überstieg dann  $\frac{1}{30}$  Dan. nicht. Um sich jedoch von der im Verlaufe der Messungen wieder etwas hervortretenden Ungleichartigkeit der Electroden unabhängig zu machen, wurde vor oder nach der Messung die electromotorische Kraft derselben bestimmt und als Correction in Rechnung gebracht. In den Fällen, wo auch die Intensität des Stroms gemessen wurde, wo also eine Polarisirung der Platindrähte eintrat, wuchs, für Dan. = 200 Scalentheilen, die Correction bis zu 30 Scalentheilen an.

Die Bestimmung des Druckes mit Hülfe eines am Leitungshahn eingekitteten Manometers erwies sich als ungenügend. Einmal bewirkten die steten Druckschwankungen der Leitung, dass der Meniskus des Quecksilbers Amplituden von etwa 20 mm Länge beschrieb, und dann mass dasselbe ja auch nur den hydraulischen Druck in dem Punkte, in welchem es von der Leitung abzweigt war. Die Ausflussgeschwindigkeit ist dagegen leicht mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen.

Bezeichnet man die Ausflussmenge in einer Secunde mit  $Q$ , den Querschnitt der Ausflussöffnung mit  $q$ , so ist klar, dass der Quotient  $\frac{Q}{q}$  für Oeffnungen, welche im Verhältniss zum Querschnitt der Zuleitungsröhre sehr klein sind, der Geschwindigkeit der Theilchen gleich, oder doch

proportional zu setzen ist. Für weitere Oeffnungen würde der Quotient  $\frac{Q}{q}$  immerhin noch ein angenähertes Maass für die mittlere Geschwindigkeit der Theilchen sein.

Die Ausflussmenge wurde dadurch bestimmt, dass die dem Apparate während eines durch die Schläge eines Metronoms markirten Zeitintervalls entströmenden Flüssigkeitsmengen in einem calibrirten Gefässe aufgefangen wurden.

Bei sehr kleinen Ausflussöffnungen wurde das Metronom durch eine mit einer Arretirung versehenen Uhr (Chronoskop) ersetzt, welche gestattete, das Uhrwerk in dem Moment auszulösen, in welchem das calibrirte Gefäss unter die Ausflussöffnung gebracht wurde. Nach jeder Messung am Electrometer wurde die Ausflussmenge dreimal bestimmt und aus diesen sehr nahe miteinander übereinstimmenden Werthen das Mittel genommen.

Die Messung des Querschnitts der Ausflussöffnung geschah mit Hülfe eines mit einem Ocularmikrometer versehenen Mikroskops (20 Theilstriche des Mikrometers gleich 1 mm;  $\frac{1}{300}$  mm zu schätzen), und zwar in der Art, dass aus dem grössten und kleinsten Radius der Oeffnung das Mittel als mittlerer Radius in Rechnung gebracht wurde.

Bei dieser Bestimmung der Geschwindigkeit der Theilchen ist man von den Druckschwankungen der Wasserleitung, wenn man das Zeitintervall genügend gross wählt, ziemlich unabhängig, weil in demselben ebenso viele Schwankungen im positiven wie im negativen Sinn auftreten werden.

Hierdurch, glaube ich, ist im allgemeinen das Beobachtungsverfahren charakterisirt; wo Abweichungen stattfanden, werde ich dieselben gehörigen Orts angeben.

#### I. Electromotorische Kräfte freier Wasserstrahlen in Luft.

##### § 3.

Wir wenden uns nun zur Beantwortung der Frage, ob durch freie Flüssigkeitsstrahlen in Luft electromotorische Kräfte erzeugt werden oder nicht.

Es wurde direct an das Rohr der Wasserleitung eine Glasröhre von 100 mm Länge und 1,5 mm Radius eingekittet und aus dieser ein verticaler Strahl in ein Glasgefäss geleitet, für dessen Isolation jedoch nicht die in § 2 angegebenen Vorsichtsmaassregeln getroffen waren. In einen solchen Strahl nun wurden zwei Electroden der Form, wie sie Taf. VI Fig. 4 angibt, eingeführt. Das Glasrohr *AB* wurde mittelst des Ansatzrohres *C* mit Wasserleitungswasser gefüllt, nachdem zuvor bei *A* ein Platindraht eingeschmolzen war, und die Spitze *B* in den Flüssigkeitsstrahl eingesenkt. Die Ausbiegung *D* bewirkte, dass das an der Electrode herablaufende Wasser in das Glasgefäss mit der Hauptausflussmenge zusammenfloss. Eine solche Electrode befand sich ganz nahe der Ausflussöffnung (die „Bergelectrode“) und war mit dem einen, eine zweite (die „Thalelectrode“) in 100 mm Entfernung von der erstern befindliche mit dem andern Quadrantenpaare des Electrometers verbunden. Es wurde dann zunächst die electromotorische Kraft dieser Electroden bestimmt, während sie in ein mit Wasserleitungswasser gefülltes Glasgefäss eintauchten. Nachdem dies geschehen, wurden sie in den Wasserstrahl eingeführt. Es zeigte alsdann das Electrometer bei allen meinen Versuchen eine Potentialdifferenz an, die sich nur unwesentlich von der der Electroden in ruhendem Wasser unterschied.

Als z. B. dem Electrometer eine solche Ladung erteilt wurde, dass der Normaldaniell eine constante Ablenkung von 450 Scalentheilen lieferte, brachten die Electroden in ruhendem Wasser eine Ablenkung von 19,5 Scalentheilen hervor. Als sie in den Wasserstrahl eingeführt wurden, ergaben sich folgende Ablenkungen:

20,6    16,8    14,4    im Mittel 17,3.

Mithin ist, da sich 17,3 von 19,5 nur unwesentlich unterscheidet, das Auftreten einer electromotorischen Kraft nicht zu constatiren.

Als ich mit diesen Versuchen zum Abschluss gekom-

men zu sein glaubte, erschien eine Abhandlung von Dorn<sup>1)</sup>, in welcher dasselbe Resultat mit Hülfe einer ganz andern Methode abgeleitet wird.

Ich kam jedoch im Laufe meiner weitem Untersuchung zu der Ueberzeugung, dass die oben beschriebenen Versuche nicht einwurfsfrei gewesen seien, und zwar insofern, als die Isolation eine ungenügende gewesen sein konnte, und weil zweitens kein sicheres Kriterium für die Continuität des Strahls angewandt worden war.

Von beiden Einwürfen ist die folgende Versuchsreihe frei.

Das eine Ende eines horizontalen Glasrohrs *AB* (Taf. VI Fig. 5), in welches ein Messinghahn *H'* eingekittet war, um die Geschwindigkeit der Flüssigkeitstheilchen reguliren zu können, communicirte mit dem Hahn der Wasserleitung *H*, während das andere Ende gebogen und bis auf eine Oeffnung von 1,671 qmm zugeschmolzen war. 5 mm oberhalb dieser Oeffnung war ein Platindraht eingeschmolzen, der als Bergelectrode *b* diente. Der aus dieser Oeffnung austretende, vollständig klare Strahl trat in ein langes, ganz mit Wasserleitungswasser gefülltes Glas *G*, das sich in einem zweiten, weitem Gefäß *G'* befand, welches das überfließende Wasser aufnahm. Das weitere Gefäß stand, wie bei allen späteren Versuchen, auf einem Isolirschemel. Eine Electrode *t*, wie sie Taf. VI Fig. 3 darstellt, war in einem Stück Kork befestigt und mit diesem auf den Rand des Gefäßes *G* aufgekittet. Die Röhre *AB* war in einen eisernen Halter geklemmt und in einer Verticalebene leicht verstellbar.

Es wurde nun der Hahn *H'* so gestellt, dass ein ganz ruhiger, klarer Strahl austrat, dann wurde der Wasserleitungshahn *H* geschlossen und *b* soweit gesenkt, dass sich Berg- und Thalelectrode beide in dem Gefäße *G* befanden, das, wie erwähnt, bis an den Rand mit Wasser gefüllt war. Jetzt wurde die electromotorische Kraft der

1) Wied. Ann. V. p. 20, 1878.

Electroden  $E_r$  am Electrometer bestimmt und die Intensität  $J_r$  des entsprechenden Stroms gemessen. Alsdann wurde, ohne an dem Apparat sonst etwas zu ändern, der Hahn der Wasserleitung geöffnet, sodass jetzt die Röhre  $AB$  von Wasser durchströmt wurde, und die jetzt beobachteten Ablenkungen am Electrometer  $E_f$  und Galvanometer  $J_f$  vermerkt. Durch diese Beobachtung soll festgestellt werden, ob durch das unterhalb  $b$  befindliche Röhrenstück von 5 mm Länge beim Fließen des Wassers eine electromotorische Kraft erzeugt wird oder nicht. Dann wurde die Röhre  $AB$  so weit gehoben, dass ein freier Strahl in das Gefäß  $G$  traf, und wiederum die electromotorische Kraft  $E_s$  und die Intensität  $J_s$  gemessen. Dieses Verfahren wurde für Strahlen von verschiedener Länge  $L$  und verschiedener Geschwindigkeit  $v$  öfters wiederholt. Die Resultate dieser Messungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. In dieser gibt das Zeichen — einen Strom an, der im entgegengesetzten Sinne der Flüssigkeitsbewegung verläuft. Ferner ist noch zu bemerken, dass, um ein Urtheil über die Continuität des Strahls zu haben, in den Fällen, wo beim freien Strahl gar keine Ablenkung am Galvanometer beobachtet wurde, der Strom des Normaldaniells durch den Strahl hindurchgeleitet und dann die Intensität  $J_D$  gemessen wurde.

In der Tabelle bezeichnet demnach:

$L$  die Länge des Strahls in mm,

$Q$  Ausflussmenge in 1 Sec. in ccm,

$v$  die mittlere Geschwindigkeit in  $\frac{\text{mm}}{\text{sec}}$ ,

$E_r$  die Ablenkung des Electrometers bei ruhendem,

$E_f$  die Ablenkung bei fließendem Wasser,

$E_s$  die Ablenkung beim freien Strahle,

$D$  die Ablenkung des Electrometers, hervorgebracht durch das Normaldaniell, und ferner:

$J_r$  die Ablenkung am Galvanometer bei ruhendem,

$J_f$  die Ablenkung bei fließendem Wasser,



$J$ , die Ablenkung beim freien Strahle,  
 $J_D$  die Ablenkung, wenn das Normaldaniell durch den  
 freien Strahl hindurchgeleitet wurde.

Tabelle I.

Electromotorische Kräfte freier Flüssigkeits-  
 strahlen.

Nr.	$L$	$Q$ in ccm	$V$ in $\frac{\text{mm}}{\text{sec}}$	$E_r$	$E_\beta$	$E_s$	$D$	$J_r$	$J_\beta$	$J_s$	$J_D$
1.	20mm	4,372	2615	-33,4	-23,7	-21,0	202,3	-49,9	-35,5	-8,5	-1)
2.	70mm	4,372	2615	-20,2	-9,8	-8,1	—	-43,8	-32,0	0,0	68,9 <sup>1)</sup>
3.	20mm	7,397	4425	-27,2	-0,5	-6,4	—	-34,9	-20,7	-8,2	-2)
4.	70mm	7,397	4425	-24,8	-11,0	-21,4	—	-24,1	-21,1	0,0	42,1 <sup>2)</sup>
5.	70mm	9,020	5396	-26,5	-4,5	-13,8	203,3	—	—	0,0	23,5 <sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Strahl ganz klar und ruhig. — <sup>2)</sup> Strahl klar, aber Luft mitreisend.

<sup>3)</sup> Strahl klar, aber viel Luft mitreisend.

Es wurde demnach in keinem Falle ein Strom im Sinne der Flüssigkeitsbewegung beobachtet. Da  $E_r$  durchgehend grösser als  $E_\beta$  ist, so folgt daraus, dass durch die Ausflussröhre in der That eine kleine electromotorische Kraft erzeugt wird. Sollen nun in freien Flüssigkeitsstrahlen keine electromotorischen Kräfte auftreten, so müsste in jedem Falle  $E_\beta = E_s$  sein, was auch für die ganz klar ausfliessenden Strahlen in befriedigender Weise der Fall ist. Dass bei den unruhigeren Strahlen die Zahlen mehr schwanken, kann nicht wunder nehmen, aber ein Strom im Sinne der Flüssigkeitsbewegung war auch bei diesen nicht bemerkbar.

Der einzige Einwurf, den man gegen diese Versuche machen könnte, ist der, dass die Geschwindigkeit der Wassertheilchen eine zu kleine gewesen sei, um eine messbare Potentialdifferenz hervorzubringen. Doch fällt auch dieser Einwand, da im Folgenden bewiesen werden wird, dass man unter geeigneten Bedingungen im Stande ist, mit denselben Flüssigkeitsstrahlen electromotorische Kräfte



zu erzeugen, welche der eines Daniell'schen Elements nahe kommen.

Es ist somit das Dorn'sche Resultat in betreff freier Flüssigkeitsstrahlen in Luft auch durch electrometrische Messungen vollkommen bestätigt.

II. Electromotorische Kräfte von Wasserstrahlen, wenn dieselben über Platten aus isolirender Substanz gleiten.

## § 4.

Fügt man in einen verticalen, mit genügender Geschwindigkeit austretenden Wasserstrahl eine Glasplatte so ein (am besten unmittelbar unter der Ausflussöffnung), dass das Wasser an derselben hinuntergleitet, und verbindet den Punkt, in welchem der Strahl die Platte trifft, den wir der Kürze wegen als Einstromungspunkt bezeichnen wollen, und einen beliebigen Punkt der Platte, der von Wasser benetzt ist, mit den Quadranten des Electrometers, so zeigt dasselbe eine Potentialdifferenz an, und zwar verhält sich die Electrode, welche an dem Einstromungspunkte eingesenkt ist, wie die Zinkplatte eines Daniell'schen Elements, zeigt also freie negative Electricität. Verbindet man dieselben Punkte mit einem Galvanometer, so erfolgt eine Ablenkung der Multiplicatornadel, die einen positiven Strom im Sinne der Flüssigkeitsbewegung angibt.

Dies wurde in folgender Weise nachgewiesen:

Statt der Electrode *b* (Taf. VI Fig. 5) befand sich an dem Glasrohr *AB* eine andere, deren Platindraht mit einem an denselben angenieteten Platinblech versehen war. In diese Electrode wurde eine Glasröhre von 2 mm Durchmesser eingekittet, welche bis nahe auf den Boden des auf dem Isolirschemel befindlichen Gefäßes *G* reichte. Die Thalelectrode *t*, welche ebenfalls mit einem Platinblech versehen war, wurde in einem Korke befestigt, sodass sie stets auf der Oberfläche der im Glase befindlichen Flüssigkeit schwamm. Es wurde nun soviel Wasser in das

Glas einströmen gelassen, dass sich das Ende der Röhre unter dem Wasserniveau befand. Schloss man den Wasserleitungshahn *H*, so waren Berg- und Thalelectrode durch eine continuirliche Wassermasse verbunden. Von *b* und *t* führten zwei Leitungsdrähte zum Galvanometer. Stellte man nun durch einen Schlüssel die Verbindung mit den Electroden her, während sie eine ruhende Wassersäule verband, so ergab sich eine constante Ablenkung von 14,9 Scalentheilen. Als dann *H* geöffnet wurde, stieg dieselbe auf 415,4 Scalentheile. Die Röhre wurde darauf kurz unterhalb der Bergelectrode *b* abgeschnitten und der freie Strahl in das Gefäss strömen gelassen. Jetzt ergab sich eine constante Ablenkung von 13,8 Scalentheilen. Die Electrode *t* wurde dann in der Art, wie es Taf. VI Fig. 6 zeigt, an eine Platte aus Spiegelglas von 363,5 mm Länge und 153,9 mm Breite angekittet und diese dicht unter der Ausflussöffnung in den freien Strahl eingeführt, sodass das Wasser mit grosser Geschwindigkeit an der Platte herabschoss. Als man jetzt *b* und *t* wieder mit dem Galvanometer verband, zeigte dasselbe einen Strom an, welcher dem bei dem Durchströmen der Röhre entstandenem gleichgerichtet war, und zwar ergab sich eine constante Ablenkung von 510,0 Scalentheilen.

Es wird demnach dadurch, dass ein freier Wasserstrahl über eine Platte aus isolirender Substanz gleitet, ein Strom erzeugt, welcher der Flüssigkeitsbewegung gleichgerichtet ist.

Gegen den oben beschriebenen Versuch könnte man einwenden, dass die beobachtete electromotorische Kraft lediglich durch das unterhalb der Bergelectrode stehengebliebene Röhrenstück bedingt werde. Dass dem jedoch nicht so ist, davon kann man sich leicht überzeugen, indem man eine Electrode der in § 2 beschriebenen Art auf die Platte in unmittelbarer Nähe des Einstromungspunktes aufsetzt und diese als Bergelectrode benutzt. Alsdann kann die in der Ausflussröhre entstehende electromotorische Kraft keinen Einfluss auf die im Electrometer ge-

gemessene Potentialdifferenz ausüben. Dieses bestätigt sich auch durch den Versuch vollkommen. Setzt man die electromotorische Kraft eines Normaldaniell = 100, so ergab sich, wenn man die in die Ausflussröhre eingeführte Electrode als Bergelectrode benutzte, die electromotorische Kraft 68,7. Vertauschte man jedoch diese gegen die am Einströmungspunkte auf die Platte aufgesetzte, so ergab sich die electromotorische Kraft 48,9. Die Differenz dieser beiden Zahlen müsste der durch das kurze Stück der Röhre erzeugten gleich sein. Diese Differenz ist: 19,8, während eine directe Bestimmung die Zahl 18,8 ergab. Die gute Uebereinstimmung beider Zahlen beseitigt den oben erwähnten Einwand.

Ich kehre jetzt noch einmal zu der Versuchsreihe über freie Flüssigkeitsstrahlen in Luft zurück.

Es hatte sich im Laufe der Untersuchung gezeigt, dass Schellack sehr leicht durch einen Wasserstrahl electricisch erregt wird, und deshalb wurden bei jener Versuchsreihe, nachdem die electromotorische Kraft der Strahlen bestimmt war, dieselben Strahlen über eine mit Schellackfirniss überzogene Glasplatte gleiten gelassen. Bezeichnen wir die dabei auftretende electromotorische Kraft mit  $S$  und stellen nun diese Werthe der Uebersichtlichkeit wegen mit den in Tab. I angegebenen Werthen von  $E_s$  (electromotorische Kraft des freien Strahls) und  $v$  (Geschwindigkeit) zusammen, so haben wir:

1. für  $v = 2615 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$ ,  $E_s = -21,0$ ,  $S = +60,5$ .
2. „  $v = 4425 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$ ,  $E_s = -28,1$ ,  $S = +184,0$ .
3. „  $v = 5396 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$ ,  $E_s = -13,8$ ,  $S = +196,4$ .

Während also bei Strahlen in Luft keine electromotorische Kraft auftritt, welche die geringe, von Ungleichartigkeiten der Electroden herrührende, zu compensiren vermöchte, erhalten wir bei einer in den Strahl eingeführten Schellackplatte bereits bei einer geringen mittlern Geschwindigkeit am Electrometer eine constante Ablen-

kung von 60,5 Scalentheilen, die einem Strom im Sinne der Flüssigkeitsbewegung entspricht.

§ 5.

Nach den bisher angegebenen Versuchen war zu erwarten, wenn man zwei beliebige Punkte, die soweit auseinander liegen, dass sich zwischen ihnen eine genügende Strecke strömenden Wassers befindet, mit den Quadranten des Electrometers verbindet, dass dann dasselbe eine Potentialdifferenz anzeigen werde. Dieser Erwartung wurde jedoch nicht entsprochen, sondern es zeigte sich vielmehr, dass eine Electricitätsentwicklung nur dort stattfindet, wo die Flüssigkeitstheilchen eine bedeutende Reibung an der Platte erfahren, nämlich nur auf einer Strecke von etwa 80 mm Länge unterhalb der Stelle, wo der Strahl die Platte trifft.

Es ergab sich dieses, als die Abhängigkeit der electromotorischen Kraft von den Dimensionen der Platte ermittelt werden sollte. Zu dem Ende waren in eine Platte aus gewöhnlichem Fensterglase drei Löcher 1. 2. 3. gebohrt, in welche Electroden eingekittet wurden. Die Platte war 399,5 mm lang und 118,4 mm breit. Der Abstand der Electroden 1 und 3 (Taf. VI Fig. 7) betrug 300 mm; die Electrode 2 befand sich nahezu in der Mitte zwischen 1 und 3.

Verband man nun, während ein Wasserstrahl aus einer Glasröhre von 2,53 mm Durchmesser unter einem Drucke von 1261 mm Quecksilber über die Platte hinweggeleitet wurde, die Electroden 1 und 3 mit den Quadranten des Electrometers, so bestimmte sich die electromotorische Kraft zu 35,3, für 1 Daniell = 100. Verband man, während alles ungeändert blieb, 1 und 2 mit den Quadranten, so ergab sich die electromotorische Kraft zu 33,3. Die electromotorischen Kräfte sind in beiden Fällen also nicht wesentlich voneinander unterschieden. Es kann deshalb auf der Strecke 2. 3 keine, oder doch nur eine minimale Electricitätsentwicklung stattfinden.

Die Potentialdifferenz ergab sich bei ruhendem Wasser zwischen den Electroden 2 und 3 gleich 4,1; bei fließendem 4,5. Es findet mithin auf der Strecke 2. 3 keine Electricitätsentwicklung statt.

Bei diesen Versuchen war die Ausflussmenge so gross, dass nur schwierig eine Messung am Electrometer gemacht werden konnte, weil sonst ein Ueberfließen der Auffanggefäße stattfand.

Es wurde deshalb zu den weiteren Versuchen über den Sitz der electromotorischen Kraft eine Ausflussöffnung von 0,70 mm Radius benutzt. Auf der Rückseite der Platte, welche Taf. VI Fig. 7 dargestellt ist, brachte ich auf der Strecke 1. 2, Marken in verschiedenen Entfernungen an. Die Entfernung einer solchen Marke von der Thalelectrode ist im Folgenden mit  $s$  bezeichnet. Die Electrode 2 war ein für allemal mit dem einen Quadrantenpaare verbunden, während die Electrode 1 ganz ausgeschaltet wurde. Statt derselben war mit dem andern Quadrantenpaare des Electrometers eine der in § 2 beschriebenen und in Taf. VI Fig 4 dargestellten Electroden verbunden, die an einen in einen Retortenhalter festgeklemmten Glasstab angekittet und so beliebig verstellbar war. Diese so bewegliche Bergelectrode wurde auf die an der Platte angebrachten Marken aufgesetzt und so am Electrometer die electromotorische Kraft der zwischen den Electroden befindlichen Flüssigkeitsschicht gemessen. Auch die Intensität des Stromes wurde gemessen und so der Widerstand der Flüssigkeitsschicht in willkürlicher Einheit bestimmt. Da die Electrode 2 aus einem weitem Glasrohre gefertigt war, als die bewegliche Bergelectrode, so hatte man nur die Spitze der letztern in die Oeffnung von 2 einzusenken, um die electromotorische Kraft der Electroden im ruhenden Wasser sofort am Electrometer abzulesen, ohnedass dabei ein Verrücken der Glasplatte nöthig war. Die Werthe dieser Correction  $e$  weichen bei den einzelnen Messungen ziemlich bedeutend voneinander ab, was der bei der Bestimmung der Intensität des Stromes

auf tretenden Polarisation zuzuschreiben ist. Nach jeder solchen Bestimmung wurden die Electroden, ehe man zur nächsten electrometrischen Messung schritt, miteinander in metallischer Berührung während einer Zeit von 10 Minuten in ruhendem Wasser belassen.

Nachdem so eine Versuchsreihe mit beweglicher Bergelectrode und fester Thalelectrode gemacht war, wurde jetzt die Electrode 1 mit dem einen Quadrantenpaare verbunden, während Electrode 2 durch eine bewegliche ersetzt wurde.

Die so erhaltenen Resultate sind in den folgenden beiden Tabellen zusammengestellt. Hier bezeichnet:

$s$  die Entfernung der beweglichen Bergelectrode von der festen Thalelectrode,

$\sigma$  die Entfernung der beweglichen Thalelectrode von der festen Bergelectrode, die sich in unmittelbarer Nähe des Einströmungspunktes befand,

$J$  die Intensität, gemessen in Scalentheilen des Galvanometers,

$E'$  die Ablenkung am Electrometer,

$e$  die an letzterer anzubringende Correction,

$E$  die electromotorische Kraft für 1 Daniell = 100, sodass

$$\text{also: } E = \frac{E' - e}{D} \cdot 100, \text{ wenn}$$

$D$  die vom Normaldaniell am Electrometer hervorgebrachte Ablenkung ist,

$W$  den Quotienten  $\frac{E}{J}$ , also den Widerstand in willkürlicher Einheit.

Der Ausflussöffnung von 0,70 mm Radius entströmten in 1" 34,6 ccm Wasser, woraus sich die Geschwindigkeit der Wassertheilchen zu 22,5 m bestimmt.

Der volle Druck der Leitung, der dadurch bestimmt wurde, dass ein Quecksilbermanometer an den Hahn derselben geschraubt wurde, ergab sich zu 2224 mm Quecksilber.

Tabelle II.

Thalelectrode fest, Bergelectrode beweglich.

$s$	$E'$	$e$	$D$	$E$	$J$	$W$
75,0	9,5	+ 9,4	285,0	0,0	0,0	—
94,0	10,6	— 8,1	285,0	6,56	39,0	0,5026
112,5	37,4	— 8,1	280,0	16,25	50,9	0,7347
131,5	118,4	—19,2	280,0	49,14	116,6	1,0154
143,5	230,0	— 4,1	281,6	83,13	214,6	1,0702

Tabelle III.

Bergelectrode fest, Thalelectrode beweglich.

$\sigma$	$E'$	$e$	$D$	$E$	$J$	$W$
0,0	6,1	+ 5,5	200,4	0,0	0,0	—
19,0	40,5	— 5,6	200,4	23,00	0,0	0,3214*)
36,0	92,0	—25,4	—	58,58	177,0	0,5198
54,5	130,0	—17,5	—	73,60	225,6	0,5762
73,6	142,6	—21,4	—	81,83	235,6	0,6052
111,0	142,1	—21,4	—	81,58	234,0	0,6065
148,5	142,0	—21,4	200,4	81,53	233,1	0,6092

Der mit \*) bezeichnete Widerstand wurde dadurch bestimmt, dass der Strom des Normaldaniells durch die zwischen den Electroden befindliche Flüssigkeitsschicht geleitet und die Intensität am Galvanometer gemessen wurde.

Aus den mitgetheilten Zahlen geht hervor, dass nur der Theil der über die Platte gleitenden Flüssigkeit dieselbe electricisch erregt, welcher sich unmittelbar unter dem Einstromungspunkte befindet. Zugleich liegt auch in diesem der Hauptwiderstand, denn es ist, wie Tab. III zeigt, gleichgültig, ob man die Thalelectrode in einer Entfernung von 73,6 mm, 111,0 mm oder 148,5 mm in den Strahl senkt, immer wird derselbe Widerstand 0,61 gefunden.

Auch ist zu bemerken, dass es keinen Unterschied macht, ob man die bewegliche Electrode in der Mitte oder ganz an dem Rand des Strahls einführt, wenn nur die beiden Punkte in einer horizontalen Linie liegen, sodass also bei einem nahezu verticalen Strahle diese die Niveau-

linien sind. Dem entsprechend lässt sich auch zwischen je zwei in einer Horizontalen liegenden Punkten keine Potentialdifferenz nachweisen. Es ist somit die electromotorische Kraft lediglich eine Function des Abstandes dieser Niveaulinien vom Einstromungspunkte, welches Functionsverhältniss Taf. VI Fig. 11 und 12 graphisch dargestellt ist. Hier sind die Abscissen gezählt von dem Einstromungspunkte  $O$  an, während die Ordinaten die electromotorischen Kräfte für 1 Dan. = 100 geben. Die Richtung der Verrückung ist durch die der Pfeile angegeben.

## § 6.

Ein weiterer Punkt, der beweist, dass die auftretende electromotorische Kraft durch die Reibung bedingt ist, ist der, dass dieselbe davon abhängig ist, welche Neigung die in den verticalen Wasserstrahl eingeführte Platte gegen denselben hat. Eine einfache Relation zwischen Neigungswinkel und electromotorischer Kraft konnte nicht aufgefunden werden, was bei der Complicirtheit der Erscheinung nicht wundern kann.

Es zeigte sich eine Abnahme der electromotorischen Kraft mit wachsendem Winkel  $\varphi$ , wie aus folgender Beobachtungsreihe ersichtlich ist.

Tabelle IV.

$\varphi$	$E'$	$e$	$D$	$E$	$\varphi$	$E'$	$e$	$D$	$E$
10°	94,3	-7,4	194,4	52,31	30°	63,6	-7,4	194,7	36,46
20°	72,1	-7,4	194,7	40,83	40°	19,1	-7,4	194,7	13,61

Hier bezeichnet:

$\varphi$  den Winkel, welchen die ebene Platte mit dem verticalen Strahle macht,

$E'$  die Ablenkung am Electrometer,

$e$  die an derselben anzubringende Correction,

$D$  die Ablenkung durch das Normaldaniell,

$E$  die electromotorische Kraft für  $D = 100$ .

Die Bestimmung des Winkels  $\varphi$  geschah, indem ein in Grade getheilter Halbkreis aus Cartonpapier, in dessen



Mittelpunkt ein Bleiloth befestigt war, auf die in den Strahl eingeführte Platte aufgesetzt wurde, während zuvor die Ausflussöffnung so gestellt worden war, dass der Wasserstrahl in der Richtung der Verticalen austrat, was durch ein Bleiloth controlirt wurde.

## § 7.

Jede Aenderung des Druckes, mithin auch jede Aenderung der Geschwindigkeit der aus der Ausflussöffnung hervortretenden Wassertheilchen brachte eine Aenderung der electromotorischen Kraft hervor, und zwar gelang es nachzuweisen, dass die electromotorische Kraft dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, solange die Oberflächenbeschaffenheit der Platte dieselbe bleibt und stets dieselbe Ausflussöffnung in Anwendung gebracht wird.

Dies Resultat findet wohl darin seine Erklärung, dass nach dem Gesetze von der Erhaltung der Arbeit die erzeugte electromotorische Kraft dem Verluste an lebendiger Kraft, welchen die Wassertheilchen beim Gleiten über die Platte erleiden, proportional sein muss.

Das Variiren der Geschwindigkeit geschah mit Hülfe des Hahnes  $H'$  (Taf. VI. Fig. 5) und zwar so, dass, nachdem demselben eine bestimmte Stellung gegeben war, das Wasser unter dem vollen Drucke der Leitung der Ausflussöffnung zugeführt wurde. Zwei Electroden von der in Taf. VI Fig. 3 dargestellten Form wurden an einen Glasstreifen festgekittet, sodass der Abstand  $s$  der Electroden ein constanter war. Letzterer war ausserdem so gewählt, dass das Maximum der Wirkung erzielt wurde. Die Berg-electrode wurde dann in unmittelbare Nähe des Einstromungspunktes gebracht und die Potentialdifferenz für verschiedene Geschwindigkeiten gemessen. Ausserdem wurde für vollkommene Isolation der Gefässe gesorgt und die Ausflussöffnung sehr klein gewählt, sodass die Ausflussmenge mit Hülfe des Chronoskops sehr genau bestimmt werden konnte.

Die Versuche wurden alle mit einer Glasplatte von

gewöhnlichem Fensterglase von 300,5 mm Länge und 122,5 mm Breite angestellt. Vor und nach jeder Messung wurde die Ausflussmenge und die electromotorische Kraft der Electroden in ruhendem Wasser bestimmt, während bei jeder Stellung des Hahnes  $H'$  die Ablenkung des Electrometers vier- bis sechsmal gemessen wurde.

Als die Platte unter einem Winkel von  $18^\circ$  gegen den verticalen Strahl geneigt war, ergaben sich die in folgender Tabelle zusammengestellten Zahlen.

Es haben hier  $E'$ ,  $e$ ,  $D$ ,  $E$  die gewöhnliche Bedeutung,  $v$  ist die Geschwindigkeit in  $\frac{\text{mm}}{\text{sec}}$  und  $Q$  die Ausflussmenge in Cubikcentimetern.

Tabelle V.

$\varphi = 18^\circ$ ,  $s = 75 \text{ mm}$ , Ausflussöffnung = 1,4182 qmm.

Nr.	$E'$	$e$	$D$	$Q$ in cem	$v$ $\frac{\text{mm}}{\text{sec}}$	$E$
I	80,9	-7,6	230,8	7,506	5292	88,34
II	44,3	-2,0	233,7	5,339	3764	19,81
III	91,0	-2,0	240,1	7,500	5288	38,73

Durch die Uebereinstimmung der Werthe für  $E$  unter I und III wird angezeigt, dass die Platte während der Dauer der Versuche ihre Oberflächenbeschaffenheit nicht geändert hat. Hierin liegt nämlich eine Hauptschwierigkeit bei derartigen Messungen, worauf ich weiter unten zurückkommen werde.

Bildet man die Quotienten  $\frac{E_{II}}{E_I}$  und  $\frac{v_{II}^2}{v_I^2}$ , so findet man, dass sie nahezu einander gleich sind;  $\frac{E_{II}}{E_I} = 0,5167$   $\frac{v_{II}^2}{v_I^2} = 0,5064$ , sodass diese Beobachtung das Gesetz:

$$E = av^2$$

wahrscheinlich macht, wo  $a$  eine Constante bedeutet.

Um die Richtigkeit dieses Gesetzes zu prüfen, wurde eine Beobachtungsreihe angestellt, und zwar am 23., 25. und 26. November. Von den vierzehn ermittelten Werthen

für  $\frac{1}{a}$  stimmen elf nahezu miteinander überein; der Mittelwerth aus diesen ergibt sich zu  $\frac{1}{a} = 559\,800$ , und dieser Werth wurde als wahrscheinlichster Werth in Rechnung gebracht und mit seiner Hülfe aus den gemessenen Geschwindigkeiten die electromotorischen Kräfte abgeleitet. Die Werthe, die sich so ergaben, sind in der folgenden Tabelle mit  $E_{\text{ber.}}$  bezeichnet.

Tabelle VI.

$\varphi = 10^0$

$a = 75 \text{ mm.}$

Nr.	$E'$	$-e$	$D$	$Q$ in cem	$v$ $\frac{\text{mm}}{\text{sec}}$	$\frac{1}{a}$	$E_{\text{beob.}}$	$E_{\text{ber.}}$	Diff.	Datum.
1.	44,6	8,9	296,0	4,322	3047	525 800	18,07	16,98	+ 1,09	25. Nov.
2.	36,2	5,8	262,6	4,812	3393	[719 800]	15,99	20,56	- 4,57	26. "
3.	32,5	12,4	208,0	4,882	3442	548 700	21,69	21,16	+ 0,53	23. "
4.	66,1	9,6	231,0	6,023	4247	550 300	32,77	32,22	+ 0,55	26. "
5.	54,5	16,0	205,5	6,188	4363	554 900	34,31	34,01	- 0,30	23. "
6.	110,5	4,8	310,0	6,202	4373	514 100	37,29	34,16	+ 3,13	25. "
7.	85,7	12,1	250,0	7,013	4945	620 600	39,12	43,68	- 4,56	26. "
8.	122,1	10,8	290,9	7,204	5079	564 800	45,69	46,09	+ 0,60	25. "
9.	105,3	14,3	262,6	7,532	5316	619 300	45,55	50,38	- 4,83	26. "
10.	76,3	7,3	205,1	7,933	5594	[767 600]	40,76	55,89	- 15,13	23. "
11.	168,8	9,0	298,2	8,126	5730	550 600	59,62	58,64	+ 0,98	25. "
12.	102,3	12,6	286,2	8,145	5743	[823 300]	40,06	58,92	- 18,86	26. "
13.	112,4	0,9	192,2	8,177	5765	563 900	58,95	59,38	- 0,43	23. "
14.	136,3	3,7	229,0	8,188	5773	545 100	61,13	59,54	+ 1,59	26. "

Berücksichtigt man, dass sich die Differenzen aus der Summe oder der Differenz der beim Messen der Geschwindigkeit und der electromotorischen Kraft begangenen Beobachtungsfehler zusammensetzen, so darf die Uebereinstimmung eine befriedigende genannt werden.

Die Abweichungen der Constante  $\frac{1}{a}$  unter Nr. 2, Nr. 10 und Nr. 12 sind zu gross, als dass sie Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden könnten. Nr. 2 und Nr. 12 sind die ersten Messungen am 26. November, und es ist möglich, dass die Oberflächenbeschaffenheit der Platte

eine andere war, als am Tage zuvor, und dass erst, nachdem eine Stunde lang Wasser über dieselbe geflossen war, sich dieselbe wieder in dem gleichen Zustande befand, wie bei den früheren Messungen. Bevor übrigens zu der Bestimmung der electromotorischen Kraft geschritten wurde, war die Vorsicht gebraucht, die mit Alkohol und einem reinen Tuche gereinigte Platte eine halbe Stunde lang einem kräftigen Wasserstrahle auszusetzen.

Für die obige Voraussetzung spricht auch noch der Umstand, dass, als versucht wurde, die Beobachtungsreihe am 27. Nov. weiter fortzuführen, für  $\frac{1}{a}$  Werthe gefunden wurden, die sich wesentlich von den früher gefundenen unterschieden, obwohl die sonstigen Bedingungen, unter welchen die Platte vom Strahle getroffen wurde, genau die gleichen waren, wie die Tage vorher.

Es ergaben sich für verschiedene Geschwindigkeiten für  $\frac{1}{a}$  am 27. Nov. die Werthe:

$$652\,300, \quad 660\,400, \quad 620\,700$$

$$\text{Mittel } 644\,500.$$

Die Geschwindigkeiten waren:

$$5616 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}, \quad 4229 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}, \quad 2990 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

und für die electromotorischen Kräfte ergab sich:

$E_{\text{beob.}}$	$E_{\text{ber.}}$	Diff.
48,44	49,02	+0,58
27,14	27,75	-0,61
14,40	13,87	+0,53

Auch diese Zahlen zeigen wiederum die Richtigkeit des Gesetzes, und es ist somit bewiesen, dass, solange die Platte ihre Gleichartigkeit bewahrt, in der That die electromotorische Kraft der lebendigen Kraft der Flüssigkeitstheilchen proportional ist.

Diese Beziehung entspricht der von Edlund und Dorn in den früher citirten Abhandlungen für capillare Röhren aufgefundenen, dass die in solchen Fällen auftretenden electro-

motorischen Kräfte dem Drucke proportional sind; denn in unserem Falle ist der Druck eine quadratische Function der Geschwindigkeit.

Wir haben somit dargethan, dass die Relation  $E = av^2$  besteht, und es wahrscheinlich gemacht, dass  $a$  eine von der Natur der Flüssigkeit und der Platte abhängige Constante ist.

Es sei noch bemerkt, dass man dieses Gesetz nicht auf zwei mit gleicher Geschwindigkeit aus verschiedenen Oeffnungen austretende Flüssigkeitsstrahlen anwenden kann, sondern dass dasselbe nur gilt, wenn man die Geschwindigkeit eines und desselben Strahles variirt; d. h. also, bestimmt man aus der Formel  $E = av^2$  die Constante  $a$  für eine Platte bei gleichem  $v$  für verschiedene Ausflussöffnungen, so werden für diese total voneinander abweichende Werthe gefunden. Der Grund hiervon liegt wohl darin, dass die Gestalt der Ausflussöffnung in so complicirter Weise die Bahnen der Wassertheilchen und die Continuität des Strahles bedingt.

#### § 8.

Dass in der That die bei Flüssigkeitsbewegungen auftretenden electromotorischen Kräfte wesentlich von der Natur des festen Körpers, mit welchem die Flüssigkeit in Berührung ist, abhängig sind, habe ich durch zahlreiche Versuche bestätigt gefunden. Während man die innere Wand einer Glasröhre nur schwierig in gleichartiger Weise mit einer Substanz überziehen kann, gelingt es einmal leicht, auf Glasplatten homogene und haftende Ueberzüge herzustellen, dann kann man aber auch geradezu Platten aus anderem Material in Anwendung bringen.

Mir standen zu Gebote:

1. Eine Platte aus Fensterglas von 300,5 m Länge und 122,5 mm Breite.
2. Eine Spiegelglasplatte mit Schellackfirniss überzogen von 153,9 mm Breite und 363,5 mm Länge.

3. Eine Spiegelglasplatte mit Wachs überzogen von 154,2 mm Breite und 364,1 mm Länge. Der Wachsüberzug war hergestellt aus einer Lösung von Wachs in Benzin.

4. Eine mit reiner Seide überspannte Glasplatte von 399,5 mm Länge und 118,4 mm Breite.

5. Eine Kautschukplatte von 283,0 mm Länge und 118,5 mm Breite.

6. Zwei Platten aus Schwefel von 197,1 mm Länge und 82,4 mm Breite.

7. Eine Marmorplatte von etwas grösseren Dimensionen, als die in Anwendung gebrachten Glassplatten.

Die Gestalt aller dieser Platten war eine rechteckige, und sie waren alle von einer Grösse, dass sich der Flüssigkeitsstrahl auf denselben ausbreiten konnte, ohne mit den Rändern der Platte in Berührung zu kommen. Wenn dies der Fall ist, so ist die auftretende electromotorische Kraft unabhängig von den Dimensionen der Platte.

Ausserdem verwandte ich:

8. Eine elliptische Porcellanplatte, deren grösster Durchmesser = 198,0 mm und deren kleinster = 155,5 mm war.

9. Eine Schieferplatte von unregelmässiger Gestalt.

10. Eine Achatplatte von elliptischer Form, deren grösster Durchmesser 163 mm und deren kleinster 115 mm betrug; diese, sowie

11. eine grosse Kalkspathplatte (Isländischer Doppelspath) von 173 mm Länge und 111 mm Breite, verdanke ich der Güte des Hrn. Prof. Rosenbusch, der mir dieselben aus der hiesigen mineralogischen Sammlung bereitwilligst zur Verfügung stellte.

Ausserdem kamen noch frisch abgespaltene Glimmerplatten verschiedener Grösse in Anwendung.

Es wurde nun so verfahren, dass in einen verticalen Wasserstrahl eine Glasplatte eingeführt wurde, die an einem auf sie aufgekitteten Glasstabe *S* (Taf. VI Fig. 6) in einen Retortenhalter festgeklemmt parallel mit sich selber verschoben werden konnte, ohnedass dabei die Ausflussröhre und die an einem Glasstreifen befestigten

Electroden aus ihrer Lage gebracht wurden. Nachdem nun die electromotorische Kraft der Glasplatte bestimmt war, wurden sie in der angegebenen Weise verschoben, und auf sie eine der oben angegebenen Platten mit Hülfe zweier Klammern aufgeklemt. Dann wurde sie wieder in die frühere Lage gebracht, sodass man jetzt unter genau den gleichen Bedingungen den Strahl über die Platte aus anderem Materiale leiten konnte. Vor jeder Messung wurde der Winkel, unter welchem die Platte gegen den Strahl geneigt war, bestimmt, um sicher zu sein, dass keine Verschiebung derselben während der oben angegebenen Manipulation stattgefunden hatte.

Die zu den Versuchen verwandten Platten wurden alle auf ihre Isolation mit Hülfe eines Goldblatt-Electroskops geprüft.

Vollkommen isolirten Schwefel, Schellack, Kautschuck; Marmor, Schiefer gar nicht; alle übrigen weniger gut als die drei erstgenannten Körper. Die zu diesen Versuchen verwandte Ausflussöffnung hatte einen Radius von 0,70 mm und befand sich an einer in die Kautschuckverbindung *K* (Taf. VI Fig. 5) eingekitteten Glasröhre, sodass also in diesem Falle der Hahn *H'* fehlte. Da letzterer eine ziemlich enge Durchbohrung hatte, so bewirkte die Ausschaltung desselben, dass die Wassertheilchen mit bedeutend grösserer Geschwindigkeit die Ausflussöffnung verliessen, als wenn der Hahn *H'* vorhanden war. Es wurde sowohl die electromotorische Kraft *E'* am Electrometer, wie auch die Intensität *I* am Galvanometer gemessen und aus beiden der Widerstand der zwischen den Electroden befindlichen Flüssigkeitsschicht berechnet. Der Abstand der Electroden war bei allen Versuchen derselbe und so gewählt, dass das Maximum der Wirkung erzielt wurde.

Mit einem Manometer wurde der volle Druck (Ueberdruck) vor den Versuchen bestimmt; derselbe ergab sich zu 2233 mm Quecksilber. Die Geschwindigkeit der Theilchen betrug 22,5 m in der Secunde.

In der folgenden Tabelle ist die Bedeutung der Buchstaben *I*, *E'*, *e*, *D*, *W* die gleiche, wie in den früheren.

Tabelle VII.

$s = 90 \text{ mm}$ ,  $q = 10^0$ . — 11. November.

Substanz	<i>E'</i>	<i>e</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>I</i>	<i>W</i>
Marmor . . . . .	—12,8	—10,2	288,0	0,0	0,0	—
Seide . . . . .	22,6	— 8,1	288,0	10,66	0,0	—
Achat . . . . .	109,7	— 8,1	—	40,90	146,9	0,7468
Glimmer . . . . .	109,7	—10,9	288,2	41,84	148,4	0,7650
Kautschuck . . . . .	124,2	—10,9	—	46,87	147,5	0,8420
Wachs . . . . .	182,0	—10,9	—	66,93	—	—
Glas . . . . .	192,0	—10,9	—	70,40	185,4	1,0356
Porzellan . . . . .	199,6	—10,9	288,2	73,04	216,0	0,9241
Schellack . . . . .	272,7	—10,9	277,2	102,38	347,1	0,7856

Aus den mitgetheilten Zahlen geht unzweifelhaft hervor, dass die auftretenden electromotorischen Kräfte von der Substanz, mit welcher die Flüssigkeit in Berührung ist, abhängig sind.

Aehnliche Versuchsreihen, wie die obige, wurden am 7. und 19. November angestellt, die electromotorischen Kräfte, welche für die verschiedenen Substanzen an diesen drei Tagen ermittelt wurden, sind in Tab. VIII angegeben. Aus dieser geht hervor, dass, wenn man die Substanzen nach der Grösse der electromotorischen Kräfte ordnet, die Reihenfolge für die verschiedenen Tage nahezu dieselbe ist.

Tabelle VIII.

Substanz	7. November	11. November	19. November
Marmor . . . . .	0,0	0,0	0,0
Seide . . . . .	—	10,66	0,0
Glimmer . . . . .	43,6	41,90	34,46
Achat . . . . .	38,6	40,87	—
Kautschuck . . . . .	48,4	46,87	42,80
Wachs . . . . .	—	66,93	62,61
Glas . . . . .	59,7	70,40	77,23
Porzellan . . . . .	71,2	73,04	64,85
Schellack . . . . .	97,4	102,38	116,70



Die für Glimmer angegebenen Zahlen sind wahrscheinlich zu klein, was darin seinen Grund hat, dass es sehr schwierig ist, passende Platten zu finden, da dieselben meistentheils von dem strömenden Wasser zerrissen werden. Sorgt man jedoch dafür, dass der Strahl auf eine ganz glatte Fläche auftrifft, so bleibt der Verlauf desselben, wenigstens während einer Zeit von 5 Minuten, ein regelmässiger, sodass man einige Messungen vornehmen kann.

Die Werthe für Glas und Porzellan liegen, je nach der Oberflächenbeschaffenheit der Platten, innerhalb derselben Grenzen, wie ich mich durch vielfache Versuche überzeugte, sodass die Abweichung der electromotorischen Kraft am 19. November darin ihre Erklärung findet.

Die geringen Werthe für den Strahl, wenn er über die mit Seide bekleidete Platte geleitet wird, könnten darin ihren Grund haben, dass feine Strahlen auf derselben discontinuirlich werden. Als ein Strahl aus einer Oeffnung von 2,53 mm Durchmesser unter dem vollen Drucke der Leitung über die mit Seide überzogene Glasplatte geleitet wurde, ergab sich eine electromotorische Kraft von 7,28 für 1 Daniell = 100, während derselbe Strahl auf Glas eine electromotorische Kraft von 27,93 erzeugte. Bei diesem Strahle ergab sich aber stets ein Strom im Sinne der Flüssigkeitsbewegung, während ein solcher bei einem feinen Strahle häufig nicht nachgewiesen werden konnte, wie z. B. am 19. November.

Für Marmor gelang es nicht, auch nur Spuren einer Electricitätsentwicklung aufzufinden, obwohl der Verlauf des Wasserstrahls auf einer solchen Platte ein sehr regelmässiger ist. Auf allen amorphen Gesteinen scheint übrigens nur eine geringe Electricitätsentwicklung stattzufinden; so lieferte die Schieferplatte nur electromotorische Kräfte, welche die eines Zehntel Daniell nicht überschritten.

Auf die Widerstände  $W$  (Tab. VII) der Strahlen auf verschiedenen Platten werde ich später zurückkommen und zunächst die electromotorischen Kräfte der Strahlen auf

Platten verschiedenen Materials im einzelnen weiter verfolgen.

## § 9.

Dorn<sup>1)</sup> gibt in seiner neuesten, die capillarelectrischen Ströme betreffenden Abhandlung an, dass er bei einer innen mit Wachs überzogenen Glasröhre einen dem Sinne der Flüssigkeitsbewegung entgegengesetzt verlaufenden Strom erhalten hätte, der allmählich wieder in einen der Flüssigkeitsbewegung gleichgerichteten überging. Da der Wachsüberzug aus einer Lösung von Wachs in Benzin hergestellt war, so wäre es möglich, dass die im Wachse zurückgebliebenen Spuren von Benzin den Strom in entgegengesetzter Richtung erzeugt hätten.

Mit einer Glasplatte, welche mit einem derartigen Ueberzuge versehen war, gelang es mir jedoch nicht, das Dorn'sche Resultat zu bestätigen. Zwölf Stunden nach Anbringung des Wachsüberzuges ergab sich die electromotorische Kraft der Platte zu 61,01, und als die Stelle, auf welcher die Electricitätsbewegung stattgefunden hatte, mit einigen Tropfen Benzin befeuchtet wurde, stieg die electromotorische Kraft in gleichem Sinne auf 82,27. Durch das Tränken des Wachses mit Benzin findet also eine bedeutende Zunahme der electromotorischen Kraft statt, eine Umkehrung des Stromes konnte jedoch nicht constatirt werden.

Analoges wurde beim Befeuchten des Wachses mit Alkohol beobachtet.

Dieselbe Platte zeigte noch ein ferneres eigenthümliches Verhalten. Als sie nämlich drei Wochen unbenutzt gestanden und sich an ihrer Oberfläche sehr viel Staub abgesetzt hatte, brachte ich sie, ohne sie zu reinigen oder frisch zu überziehen, unter einen Wasserstrahl, der aus einer Oeffnung von 1,671 qmm Querschnitt unter dem vollen Drucke der Leitung austrat. Setzen wir

1) Wied. Ann. V. p. 20. 1878.

die electromotorische Kraft eines Flüssigkeitsstrahls auf Glas = 1, so lieferte die Wachsplatte folgende Werthe:

1. frisch überzogen . . . . . 0,943
2. mit Benzin getränkt . . . . . 1,259
3. nach Ablauf von 3 Wochen . . . . . 1,636.

Diese im Laufe der Zeit vor sich gehende Veränderung der electromotorischen Kraft kann nur in einer Aenderung der Oberflächenbeschaffenheit der Platte ihren Grund haben.

Hierfür spricht auch noch der Umstand, dass bei der Platte, als sie mit Benzin befeuchtet war, die anfangs beobachtete electromotorische Kraft auf den ursprünglichen Werth zurücksank.

#### § 10.

Aus Tab. VII und VIII folgt ferner, dass Schellack diejenige Substanz ist, welche in einem Wasserstrahle die grösste electromotorische Kraft hervorruft. Es ist dies im Einklange mit der von Quincke<sup>1)</sup> gemachten Beobachtung, dass Diaphragmen aus Schellack grössere Werthe, als fast alle anderen in Anwendung gebrachten Stoffe gaben, mit Ausnahme von Schwefel und Quarz.<sup>2)</sup> Es schien deshalb von besonderem Interesse, das Verhalten dieser beiden Stoffe zu prüfen. Da mir nicht genügend grosse Quarzplatten zu Gebote standen, so musste ich mich auf die Untersuchung von Platten aus Schwefel beschränken.

Die Messungen an zwei solchen Platten, auf denen ein Wasserstrahl vollkommen regelmässig hinabglitt, und die, wie eine Prüfung am Electroskope ergab, vollkommen isolirten, sind in folgender Tabelle angegeben. Die Grösse der Ausflussöffnung betrug in diesem Falle 1,671 qmm, und die Geschwindigkeit der Wassertheilchen  $5396 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$ .

1) Pogg. Ann. CX. p. 51. 1860.

2) Pogg. Ann. CX. p. 53. 1860.

Tabelle IX.

 $\varepsilon = 80 \text{ mm, } \varphi = 10^0.$ 

Substanz	$E'$	$e$	$D$	$E$	$I$	$W$
Glas . . . . .	207,4	— 2,5	265,4	79,09	87,6	0,892
Schwefelplatte I . . . . .	210,1	— 2,5	265,4	80,10	101,0	0,783
„ II (spiegelnd) . . . . .	172,6	— 18,2	248,4	76,81	90,0	0,772
Schellack . . . . .	340,8	— 23,2	248,4	146,5	140,8	0,975

Eine Schwefelplatte verhält sich demnach fast genau so wie eine Glasplatte und steht in betreff der Grösse der erzeugten electromotorischen Kraft unter Schellack. Dies auffallende Verhalten der Schwefelplatten, das mit den an den Diaphragmen gemachten Beobachtungen im Widerspruche steht, fand darin seine Erklärung, dass ganz feines Schwefelpulver die eigenthümliche Eigenschaft zeigte, dass es durch hohen Druck zu einer festen, kompakten Masse zusammengepresst wurde. Die Weite der Poren in einem Schellack- und Schwefeldiaphragma ist daher eine so verschiedene, dass die gemessenen electromotorischen Kräfte nicht ohne weiteres vergleichbar sind.

So ergaben sich für ein Schellack- und Schwefeldiaphragma, die nach der von Quincke<sup>1)</sup> angegebenen Methode angefertigt waren, die electromotorischen Kräfte 140,9 für das Schwefel-, und 71,5 für das Schellackdiaphragma, sodass also die von Quincke gemachte Beobachtung bestätigt wurde. Die beiden Ausflussmengen verhielten sich jedoch, obgleich das Schellack- und Schwefelpulver von nahezu gleicher Feinheit hergestellt worden war, wie 1:2,2. Als dann nach dem Versuche die beiden Diaphragmen geöffnet wurden, bildete das Schwefelpulver eine feste compacte, das Schellackpulver eine lockere Masse, sodass sehr wahrscheinlich in diesem Verhalten des Schwefels der Grund liegt, warum Schwefeldiaphragmen so sehr viel grössere Werthe als Schellackdiaphragmen gaben.

1) Pogg. Ann. CX. p. 43. 1860.

Es sei noch bemerkt, dass der zu dem Diaphragma verwandte Schwefel von einem Bruchstücke der zu den Messungen benutzten Platte II herrührte.

## § 11.

Man hätte erwarten sollen, dass Körper, welche sich nach verschiedenen Richtungen verschieden verhalten, in der einen oder andern Richtung von einem Flüssigkeitsstrahle getroffen, auch voneinander abweichende Werthe für die electromotorische Kraft ergeben würden. Diese Vermuthung hat sich jedoch nicht bestätigt. An der Kalkspathplatte konnte keine Verschiedenheit der electromotorischen Kraft beobachtet werden, wenn der Wasserstrahl parallel oder senkrecht zum Hauptschnitte über dieselbe hinweggeführt wurde.

Als über die frische Spaltfläche dieser Platte der Strahl hinweggeleitet wurde, wurden anfangs keine constanten Resultate erzielt, da die Bahn des Strahles eine sehr unregelmässige war. Als jedoch an die Ränder der Platte Glimmerblättchen geklebt waren, welche bewirkten, dass der Abfluss des Wassers ein geregelter wurde, ergaben sich folgende Ablenkungen.

## Strahl in der Richtung des Hauptschnittes:

228,7	221,1	212,1.	Mittel 220,6.
Daniell	480,6	480,0.	Mittel 480,3.

## Strahl senkrecht zum Hauptschnitte:

210,5	201,0	205,7.	Mittel 205,7.
	Daniell	456,0.	

Demnach ist die electromotorische Kraft für den Strahl parallel zum Hauptschnitte für 1 Daniell = 100, 45,93 und senkrecht zu demselben 45,11. Der Unterschied in beiden Richtungen würde also, wenn ein solcher vorhanden,  $1\frac{1}{2}$  Procent des ganzen Werthes nicht übersteigen.

## § 12.

Stellen wir noch die Werthe der electromotorischen Kraft für die verschiedenen Platten zusammen, wenn dieselben von einem Wasserstrahle electricisch erregt werden, so ergibt sich folgende Reihe:

1. Marmor . . . . .	0,0	7. Kalkspath . . . . .	46
2. Schiefer . . . . .	10	8. Wachs . . . . .	65
3. Seide . . . . .	14	9. Glas . . . . .	72
4. Achat . . . . .	40	10. Porzellan . . . . .	72
5. Glimmer . . . . .	43	11. Schwefel . . . . .	72
6. Kautschuk . . . . .	46	12. Schellack . . . . .	105

Daniell'sches Element = 100.

## § 13.

Wie schon früher erwähnt, ist die electromotorische Kraft unabhängig von den Dimensionen der in Anwendung gebrachten Platten, wenn dieselben nur gross genug sind, dass der Strahl sich in der Weise ausbreiten kann, wie dies die Oberflächenbeschaffenheit der Platten bedingt. Da die Gestalt eines Strahles auf Glas eine ganz andere ist, wie z. B. auf Wachs, so könnte man gegen die mitgetheilten Versuche einwenden, dass die grossen Unterschiede der beobachteten electromotorischen Kräfte lediglich durch die verschiedene Grösse der von dem Wasserstrahle bedeckten Fläche bedingt seien. Um diesen Einwand zu widerlegen, müssen wir die Gestalt der Flüssigkeitsstrahlen auf den Platten näher in's Auge fassen.

Trifft ein Wasserstrahl dicht unter der Ausflussöffnung auf eine ebene Platte, so findet eine Ausbreitung des Strahles statt, die um so vollkommener ist, je grösser die Adhäsion des Wassers an der Platte ist. Um ein Maass für die Adhäsion zu haben, wurde nach der von Quincke<sup>1)</sup> angegebenen Methode der Winkel bestimmt, unter welchem das letzte Element eines auf die Platte gebrachten Wasser-

1) Wied. Ann. II. p. 154. 1877.

tropfens die Ebene der Platte schneidet. Es zeigte sich hier, dass der Strahl sich um so mehr seiner Gestalt in freier Luft nähert, je geringer die Adhäsion der Flüssigkeit an der Platte ist.

Taf. VI Fig. 8 stellt einen aus einer 1,14 qmm grossen Oeffnung austretenden Wasserstrahl dar, wenn derselbe über Wachs, (Taf. VI Fig. 9), wenn derselbe über Schellack (Taf. VI Fig. 10), wenn derselbe über Glas gleitet. Diese Figuren wurden mit Hülfe einer Camera lucida entworfen und geben somit das Grössenverhältniss der Strahlen zu einander richtig wieder.

Der Randwinkel  $\vartheta$  betrug für Wachs  $68^\circ$ , für Schellack  $60^\circ$ , während auf der Glasplatte, nachdem dieselbe eine halbe Stunde lang von Wasser überströmt war,  $\vartheta = 0^\circ$  gefunden wurde, sodass also vollständige Ausbreitung der auf dieselbe gebrachten Wassertropfen stattfand. Man sieht aus Taf. VI Fig. 8, dass die Gestalt des Strahles auf Wachs Contractionen und Bäuche zeigt, wie sie Savart<sup>1)</sup> und Magnus<sup>2)</sup> bei Wasserstrahlen, die aus kreisrunder Oeffnung austraten, beobachteten.

Die Ausbreitung des Strahles auf allen übrigen Substanzen war nahezu dieselbe, wie auf Glas. Genau dieselbe war sie auf Marmor, Schiefer und Schwefel.

Wir hatten uns früher (s. § 5) davon überzeugt, dass nur der Theil des Strahles einen electrischen Strom hervorruft, welcher sich unmittelbar unter der Ausflussöffnung befindet. Es kommt demnach auf die sonstige Gestalt des Strahles gar nicht an, wenn nur die Grösse dieses Theiles in allen Strahlen dieselbe ist.

Dass dieses in der That der Fall, geht schon direct aus der Anschauung hervor. Es bildet sich nämlich an der Stelle, wo die Platte von dem Strahle getroffen wird, eine eigenthümliche spindelförmige Figur, welche für alle Strahlen dieselbe ist und in ihrem Aussehen der nahe

1) Ann. de Phys. et de Chim. LIII. p. 337. 1833.

2) Pogg. Ann. CVI. p. 1. 1859.

kommt, welche Magnus<sup>1)</sup> erhielt, als er zwei Flüssigkeitsstrahlen von gleichen Dimensionen und gleichen Geschwindigkeiten unter gleichen Winkeln zusammentreffen liess. Dieser Umstand scheint darauf hinzudeuten, dass die Reflexion eines Strahles an ebener Wand so erfolgt, als ob an der Reflexionsstelle zwei Strahlen von gleichen Geschwindigkeiten zusammentreffen, bei denen der Auströmungspunkt des einen Strahles ebenso weit vor der Platte liegt, wie der des andern hinter derselben. Denkt man sich also die feste Wand spiegelnd und von einem Wasserstrahle getroffen, so erfolgt die Reflexion so, als ob ein vom Spiegelbilde der Ausflussöffnung des erstern mit gleicher Geschwindigkeit ausgehender zweiter Strahl den erstern in der Ebene der Platte träfe, diese letztere aber gar nicht vorhanden wäre.

Ferner spricht dafür, dass der stromerregende Theil des Strahles auf allen Substanzen nahezu denselben electrischen Widerstand hatte.

Die Richtigkeit dieser Behauptung folgt aus den unter *W* (Tab. VII und IX) mitgetheilten Zahlen. Dieselben lassen erkennen, dass wesentliche Verschiedenheiten im Widerstande der Strahlen auf verschiedenen Substanzen nicht vorhanden sind. Dasselbe Resultat ergab sich auch, als durch den Wasserstrahl der Strom eines Bunsen'schen Elements so hindurch geleitet wurde, dass sich einmal die electromotorische Kraft desselben zu der des Strahles hinzuaddirte und einmal von derselben subtrahirte. Bezeichnet man die in den beiden Fällen beobachteten Intensitäten mit  $I_1$  und  $I_2$ , die electromotorische Kraft des Bunsen'schen Elements mit  $B$ , die des Strahles mit  $E$ , so hat man, mit Vernachlässigung der Polarisation, im ersten Falle:

$$(1) \quad I_1 = \frac{B + E}{W},$$

im zweiten:

$$(2) \quad I_2 = \frac{B - E}{W},$$

1) Pogg. Ann. XCV. 1855. Taf. I.



wo  $W$  der Widerstand der zwischen den Electroden befindlichen Wasserschicht ist, gegen den die übrigen Widerstände im Schliessungsbogen vernachlässigt werden können. Die Gleichungen (1) und (2) gestatten,  $E$  für  $B=100$  und  $W$  in willkürlicher Einheit zu berechnen. Für die Widerstände eines unter dem vollen Drucke aus einer Oeffnung von 1,671 qmm austretenden Strahles wurden als Mittel aus fünf Bestimmungen folgende Zahlen erhalten:

Strahl auf Porzellan	56,7	Strahl auf Schellack	63,5
„ „ Schwefel	60,1	„ „ Kautschuck	64,4
„ „ Glas . . .	61,7	„ „ Wachs . . .	69,3.

Aus diesen Zahlen geht klar hervor, dass der die Electricität erregende Theil des Strahles auf allen Platten nahezu dieselben Dimensionen einnimmt.

Die geringen Unterschiede in den Widerständen rühren wohl daher, dass der etwa bis zu den Linien  $aa'$  (Taf. VI Fig. 8, 9, 10) reichende stromerregende Theil bei den verschiedenen Strahlen von verschieden dicken Flüssigkeitswülsten  $w$  umsäumt ist, die jedenfalls eine theilweise Ausgleichung der Electricität bewirken. Da dieselben aber gerade bei Schellack und Wachs sehr bedeutend entwickelt sind, so ist klar, dass bei diesen Substanzen die Nebenschliessung eine grössere ist, als bei allen anderen Strahlen, dass mithin bei diesen die electromotorischen Kräfte zu klein gefunden werden. Da nun aber gerade bei Schellack so bedeutend grössere Werthe, als für alle anderen Substanzen, ermittelt wurden, so ist damit bewiesen, dass in der That die Electricitätserregung auf Platten verschiedenen Materials eine ganz verschiedene ist, und dass mithin der obenerwähnte Einwurf nicht statthaft ist.

#### § 14.

Es unterliegt keinem Zweifel, dass wir in den von Wasserstrahlen überströmten Platten eine Electrismaschine mit flüssigem Reibzeuge vor uns haben, sodass der im Sinne der Flüssigkeitsbewegung wahrgenommene

Strom mit dem im Reibzeuge einer Electrisirmaschine auftretenden „Reibungsströme“ zu identificiren ist. Da nun ferner die sich bei den Platten darbietenden Erscheinungen mit den Beobachtungen, welche Quincke an Diaphragmen, Zöllner, Dorn, Clark und Haga an durchströmten Röhren machten, vollkommen übereinstimmen, so sind damit die capillarelectrischen Ströme auf das Princip der Electricitätserregung durch Reibung zurückgeführt. Es ist hierbei jedoch noch folgender Umstand zu beachten:

Gewöhnlich nimmt man an, wenn eine Flüssigkeit über eine feste Wand, welche sie benetzt, hinweggleitet, dass dann die Theilchen, welche einmal mit der festen Wand in Berührung sind, auch stets mit derselben in Berührung bleiben, dass also bei solchen Flüssigkeiten die Constante der äussern Reibung unendlich gross ist.

Wendet man diese Voraussetzung auf die capillarelectrischen Erscheinungen an, so müsste durch Reibung von Wasser an Wassertheilchen, also durch Reibung zweier ganz homogener Körper, Electricität erregt werden, eine Folgerung, welche unseren bisherigen Erfahrungen über die Entstehung der Electricität durchaus widerspricht. Da nun die Voraussetzung über die Constante der äussern Reibung näherungsweise richtig sein dürfte, so liegt es nahe, anzunehmen, dass sich über die benetzte Platte eine ruhende oder sich doch nur langsam bewegende Schicht der Flüssigkeit ausbreitet, die sich zu den mit grosser Geschwindigkeit bewegendem Theilchen wie ein heterogener Körper verhält. Diese Annahme hat sehr viel Wahrscheinlichkeit für sich, da bereits eine Anzahl von Erscheinungen wahrgenommen sind, die beweisen, dass ein jeder in einer Flüssigkeit befindlicher Körper mit einer dichtern Schicht derselben Flüssigkeit umgeben ist, die sich gegen dieselbe wie ein heterogener Körper verhält. So wies bereits im Jahre 1822 Pouillet<sup>1)</sup> nach, dass, wenn ein poröser Körper eine Flüssigkeit aufsaugt,

1) Ann. de Chem. et de Phys. XX. p. 141. 1822.

eine beträchtliche Temperaturerhöhung eintritt, welche, wie Jungk<sup>1)</sup> später (1865) zeigte, der an der Oberfläche des festen Körpers eintretenden Verdichtung der Flüssigkeit zuzuschreiben ist. Ferner gehört hierher die von Rose<sup>2)</sup> beobachtete scheinbare Zunahme des specifischen Gewichts eines Körpers, wenn derselbe in fein zertheiltem Zustande in eine Flüssigkeit gebracht wird. Endlich ist auch von Schröder<sup>3)</sup> und Quincke<sup>4)</sup> nachgewiesen worden, dass sich eine Schicht dichtern Wassers gegen Wasser im normalen Zustande wie ein heterogener Körper verhält, und zwar zeigte der letztere, dass für Wasser ein positiver Strom in der dichtern zu der weniger dichten Flüssigkeit geht.<sup>5)</sup>

Wir dürfen demnach bei den von Wasser überströmten Platten die Existenz einer solchen Schicht voraussetzen und können hieraus für benetzende Flüssigkeiten die Electricitätserregung durch Reibung erklären, während man für nicht benetzende Flüssigkeiten eine directe Reibung der Flüssigkeitstheilchen an der festen Wand annehmen muss. Dies letztere dürfte z. B. für den Wasserstrahl auf Wachs und Schellack der Fall sein.

## § 15.

In der mitgetheilten Untersuchung ist demnach nachgewiesen, dass

1. wenn in einem freien Wasserstrahle eine electromotorische Kraft entstehen soll, es nothwendig ist, dass die Wassertheilchen sich in Berührung mit einem festen Körper befinden, und dass

2. nur dort eine Electricitätsentwicklung stattfindet, wo die Flüssigkeitstheilchen eine Reibung erfahren, sodass

1) Pogg. Ann. CXXV. p. 262. 1865.

2) Pogg. Ann. LXXIII. p. 1. 1848.

3) Pogg. Ann. LIV. p. 63. 1841.

4) Pogg. Ann. CVII. p. 12. 1859.

5) Pogg. Ann. CLIII. p. 175. 1874.

nur ein relativ kleiner Theil des Wasserstrahles etwas zur Electricitätsentwicklung beiträgt. Ferner wurde gezeigt, dass

3. wenn man die Geschwindigkeit eines aus stets derselben Ausflussöffnung austretenden Strahles variierte, die electromotorischen Kräfte sich wie die lebendigen Kräfte der Flüssigkeitstheilchen verhielten, welche Relation in dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft ihre Begründung fand.

4. Schliesslich ergab sich die electromotorische Kraft als abhängig von der Natur des Körpers, der mit dem Strahle in Berührung war.

Aus diesen Resultaten lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1) Eine Flüssigkeitsbewegung an sich bringt keine electromotorische Kraft hervor. Es hat sich somit die von Edlund aus seiner unitarischen Electricitätstheorie abgeleitete Folgerung nicht bestätigt.

2) Die capillarelectrischen Ströme sind lediglich durch die Reibung der Theilchen der bewegten Flüssigkeit bedingt, und zwar bei nicht benetzenden Flüssigkeiten durch die Reibung derselben an den Theilchen der festen Wand, bei benetzenden dagegen durch die Reibung an den Theilchen einer auf der Oberfläche des festen Körpers verdichteten Schicht derselben Flüssigkeit, die sich gegen die weniger dichte wie ein heterogener Körper verhält.

3) Die von Quincke entdeckten capillarelectrischen Ströme sind mit den im Reibzeuge einer Electrisirmaschine auftretenden, von Zöllner zuerst beobachteten Reibungsströmen identisch.

Schliesslich erlaube ich mir noch an dieser Stelle Hrn. Prof. Quincke für die mir zu Theil gewordene freundliche Unterstützung in Rath und That meinen wärmsten Dank auszusprechen.

Heidelberg, im Januar 1879.

**VI. Ueber die absolute Anzahl von Schwingungen, welche zur Erzeugung eines Tones erforderlich sind; von Felix Auerbach.**

Die Frage nach der absoluten Anzahl von Schwingungen, welche zur Erzeugung eines Tones erforderlich sind, zerfällt naturgemäss in zwei Fragen. Eine untere Grenze für die gesuchte Zahl ergibt sich nämlich ohne weiteres aus der Definition des Tonbegriffs, als der periodischen Wiederkehr irgend welcher Bewegungsform. Aus dieser Definition folgt nämlich, dass mindestens zwei Schwingungen erforderlich sind, und es bleibt nur noch die zweite Frage zu beantworten, ob diese Zahl auch in der That hinreichend sei.

Mit dieser Frage hat sich vor kurzem Hr. Pfaundler eingehend beschäftigt<sup>1)</sup> und ist schliesslich, auf Grund von Beobachtungen an der Sirene und mit Benutzung des sogenannten „tönenden Echos“ zu dem Ergebnisse gelangt, dass in der That zwei Schwingungen zu dem gedachten Zwecke ausreichen können. Den Bedenken, welche der Hr. Verfasser selbst gegen die Strenge seiner Beweisführung äussert, glaube ich mich jedoch völlig anschliessen zu sollen, da bei den Erscheinungen, aus welchen Hr. Pfaundler den entscheidenden Schluss zieht, die Obertöne eine zu grosse Rolle spielen, als dass man sie unberücksichtigt lassen dürfte. Ich erlaube mir daher, auf diese Frage hier zurückzukommen, und bemerke von vorn herein, dass meine Betrachtungen in der That zu einem erheblich grössern Werthe für die gesuchte Zahl führen.

Der vorliegenden Frage lässt sich von vier verschiedenen Seiten näher treten, von der direct physiologischen, von der psychologischen, von der physikalischen und endlich von der musikalischen. Was die erste betrifft, so kann ich mich hier kurz fassen, da eine Experimental-

1) Wien. Ber. 1878, II. Abth.

untersuchung von Hrn. S. Exner<sup>1)</sup> vorliegt, in welcher die Zahl siebzehn als die gesuchte aufgestellt wird, freilich in einer Bedeutung, welche mit der von Hrn. Pfaundler gemeinten sich vielleicht nicht völlig deckt. Zur Klarstellung dieses Punktes, d. h. zur genauen Feststellung des zu suchenden gehe ich zur psychologischen Behandlung der Frage über. Hr. Pfaundler hebt selbst die Nothwendigkeit hervor, zunächst den Sinn der gestellten Frage zu fixiren, geht aber, wie ich meine, in dieser Hinsicht nicht weit genug; er gibt zwar an, dass es bei der vorliegenden Untersuchung nicht um den physikalischen Begriff des Tones, sondern nur um den physiologischen sich handeln könne, er unterscheidet zwar weiterhin zwischen einem Percipiren und einem Appercipiren des Tones; aber auf den für die Sache wesentlichsten Punkt geht er nicht ein. Ton im physiologischen Sinne und Ton im physikalischen Sinne stehen in der Beziehung zu einander, dass ersterer die Empfindung des letztern ist. Befindet sich in einem Raume, in welchem letzterer entsteht, ein Ohr, so entsteht auch ersterer; aber nicht gleichzeitig mit jenem, sondern durch eine messbare, wenn auch kleine Zeit von ihm getrennt. Geht man nun daran, diese Zeit zu bestimmen, so gelangt man zu der Erkenntniss, dass hier zwei verschiedene Zeiten gemeint sein können, welche getrennt behandelt werden müssen, nämlich die Zeit, welche von dem Momente des Entstehens des physikalischen Tones vergeht, bis die Empfindung eines Tones entsteht, und die Zeit, welche von demselben Momente verstreicht, bis der Ton als solcher erkannt wird. Dass zwischen beiden Zeiten ein Unterschied besteht, und wie man sich diesen Unterschied vorzustellen habe, ergibt sich aus einer einfachen Versuchsmethode. Die erstere Zeit erhält man nämlich, wenn man jemand auf einen bestimmten, unveränderten und oft nacheinander ausgeübten Gehörsreiz von der Natur eines einfachen Tones

1) Pflüger's Archiv XIII. p. 228. 1876.

reagiren lässt und den Mittelwerth aller erhaltenen Empfindungszeiten nimmt. Die letztere Zeit dagegen erhält man, wenn man dem Betreffenden aufgibt, von verschiedenen ihm vorher bekannt gemachten, an Stärke oder Höhe oder Klang ungleichen Tönen, welche in unregelmässiger Folge ihm zu Gehör gebracht werden, nur auf einen einzigen, vorher ausgewählten zu reagiren, und wenn man dann den Mittelwerth aus allen erhaltenen Unterscheidungszeiten zieht. In der That ergibt sich die Unterscheidungszeit grösser als die Empfindungszeit.

Bei Gelegenheit einer von Hrn. J. v. Kries und mir<sup>1)</sup> ausgeführten Bestimmung beider Zeiten für verschiedene Sinnesorgane bot sich die Möglichkeit, auf diese Weise die Anzahl der zur Erzeugung einer Tonempfindung erforderlichen Schwingungen zu bestimmen. In Bezug auf die Versuchsanordnung erlaube ich mir auf die Originalabhandlung zu verweisen und bemerke nur, dass die ziemlich reinen Töne, auf welche sich die folgenden Zahlenangaben beziehen, von Stahlplättchen erzeugt wurden in dem Momente, wo diese von zwei unter ihnen angebrachten Electromagnetpolen infolge Verschwindens des Magnetismus abrissen. Die Schwingungszahlen der Töne waren resp. 640, 500, 400 in runden Zahlen; dem electrischen Funken entspricht nach Hrn. Toepler's Versuchen ein einziger Impuls. Es zeigte sich nun folgende doppelte Erscheinung, welche bei anderen Sinnesorganen nicht entsprechend auftrat. Erstens ergab sich die einfache Empfindungszeit als abhängig von der Tonhöhe und grösser als die entsprechende Zeit bei dem Geräusche des electrischen Funkens, wie folgende Tabelle zeigt:

Empfindungszeit in Secunden (im Mittel aus den für beide Experimentirende erhaltenen Werthen).			
Tiefster	Mittlerer	Höchster	Funke
T o n			
0,158	0,154	0,141	0,130

1) Arch. f. Anat. u. Physiol., von His, Braune und Du Bois-Reymond, p. 297—378, cf. p. 326 ff. 1877.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. VI.



Aus der Verschiedenheit dieser Zahlen ist, wie wir glaubten, der Schluss zu ziehen, dass einige Schwingungen vergehen müssen, ehe überhaupt eine Tonempfindung entsteht. Hierfür ergibt sich, wenn die Differenzen obiger Zahlen mit den betreffenden Schwingungszahlen multipliziert werden, im Mittel die Zahl 10. Die einzelnen Zahlen (7, 12, 11) schwanken zwar ziemlich erheblich; indess sind die Abweichungen, in Anbetracht der schwierigen Versuchsverhältnisse und ihrer regellosen Anordnung, nicht so gross, dass man nicht schliessen dürfte: die gefundene Zahl sei von der Tonhöhe wenig oder gar nicht abhängig.

Zweitens zeigte sich bei den Versuchen über Unterscheidung zwischen einem hohen und einem tiefen Ton, dass das Erkennen des hohen Tones schneller erfolgt als das Erkennen des tiefen. Diese Erscheinung ist von der ersten völlig verschieden. Die eigentliche Unterscheidungszeit, als Differenz zweier Empfindungszeiten, kann davon durchaus nicht abhängig sein, dass die Tonempfindung Zeit zum Entstehen braucht. Es ist vielmehr zu schliessen, dass, nachdem die Tonempfindung zu Stande gekommen ist, wiederum noch einige Schwingungen vergehen müssen, ehe diese Tonempfindung ihre charakteristische Tonhöhe erhält. Um die Anzahl  $x$  dieser Schwingungen zu ermitteln, nenne ich  $y$  die Unterscheidungszeit, welche sich unabhängig von der Tonhöhe ergeben würde, wenn die Tonempfindung von Anfang an ihre bestimmte Tonhöhe besässe,  $n_t$  und  $n_T$  die beiden Schwingungszahlen,  $U_t$  und  $U_T$  die entsprechenden Unterscheidungszeiten; dann gelten die Gleichungen:

$$\frac{x}{n_t} + y = U_t, \quad \frac{x}{n_T} + y = U_T,$$

also: 
$$x = n_t n_T \frac{U_t - U_T}{n_T - n_t}.$$

Es war  $n_t = 400$ ,  $n_T = 640$ , und es fand sich im Mittel von vielen Einzelwerthen:

$$U_t = 0,044 \text{ sec}, \quad U_T = 0,034 \text{ sec}.$$



Hieraus ergibt sich  $x$  als zwischen 10 und 11 gelegen. Addirt man hierzu die vorhin gefundene Zahl, so gelangt man zu dem Ergebniss, dass etwa 20 Schwingungen erforderlich sind, bis die Empfindung nicht nur entstanden ist, sondern auch ihren ausgeprägten Charakter erhalten hat. Dieses Resultat stimmt mit dem Ergebniss der Untersuchung des Hrn. Exner sehr gut überein.

Vom physikalischen Standpunkte drittens ist es, wie schon erwähnt, wohl ohne weiteres erklärlich, dass eine einzige Schwingung nicht genügt, um eine Tonempfindung zu erzeugen; aus welchem Grunde aber sollen deren mehr als zwei nothwendig sein? Ich glaube, den Grund in dem Umstande zu erblicken, dass der Vorgang des Hörens, wie jeder Vorgang des Mitschwingens, nicht den Charakter eines plötzlichen Herausgreifens, sondern den einer allmählichen Auslese hat. Denken wir uns den Aufhängepunkt eines Pendels in Schwingungen versetzt. Die erste Schwingung versetzt die Pendelkugel, gleichviel welche Länge der Faden besitzt, in Schwingung in derselben Ebene; die zweite fördert diese Schwingungen, falls sie um die Schwingungsdauer der Pendelkugel später als die erste erfolgt; sie vernichtet sie, falls sie um die Hälfte der Schwingungsdauer der Pendelkugel später als die erste erfolgt; in allen anderen Fällen tritt eine allmähliche Schwächung der Schwingungen der Pendelkugel ein. Aehnlich verhält es sich beim Vorgange des Hörens. Die erste dem Ohre zugeführte Schwingung erregt alle Corti'schen Fasern; die zweite bringt nun nicht sofort alle zur Ruhe, bis auf diejenigen, welche dauernd in der Periode des betreffenden Tones schwingen können, weil der Unterschied beider Perioden null oder sehr klein ist, sondern sie gestattet auch noch vielen, zu beiden Seiten der obigen gelegenen Fasern, weiter zu schwingen, etwa allen denen, welche seit dem ersten Impulse mehr als das  $\left(1 - \frac{1}{2k}\right)$  fache und weniger als das  $\left(1 + \frac{1}{2k}\right)$  fache einer Schwingung been-

det haben. Einen physikalischen Ton dieser Art will ich einen Ton von der Breite  $k$  nennen. Aus der Art und Weise, wie die Bewegung der ausschwingenden Fasern durch jeden neuen Impuls beeinflusst wird, ergibt sich, dass die Breite des Tones nach der dritten Schwingung nur noch  $\frac{k}{2}$ , nach der vierten  $\frac{k}{3}$  u. s. w., nach der  $p$ ten nur noch  $\frac{k}{p-1}$  beträgt. Um zu ermitteln, wieviel Schwingungen  $p$  erforderlich seien, um einen Ton zu erzeugen (d. h. einen physiologischen Ton, eine Tonempfindung), hat man also 1) die Breite des durch den zweiten Impuls erzeugten physikalischen Tones  $k$  und 2) die Breite  $k'$  zu ermitteln, welche ein physikalischer Ton besitzen darf, um einen physiologischen Ton zu erzeugen, welchem ein reiner ausgeprägter Charakter zukommt. Bei der Unbestimmtheit der Aufgabe und der unbekannten Natur der Corti'schen Gebilde lässt sich in Bezug auf die erste Zahl nur eine ganz rohe Schätzung machen. Berücksichtigt man Schwingungen bis zu  $\frac{1}{10}$  der maximalen Intensität und benutzt man die Analogie, welche Pendelschwingungen mit Tonschwingungen besitzen, so findet man, dass man etwa  $k = 15$  bis 25 Procent, also rund  $k = 0,20$  setzen kann. Andererseits müsste  $k'$  erst noch durch bezügliche Versuche ermittelt werden; aus leicht sich ergebenden musikalischen Gründen lässt sich aber mit grosser Wahrscheinlichkeit schliessen, dass  $k'$  kleiner sei als die dem sogenannten Komma (80:81) entsprechende relative Differenz der Schwingungszahlen ( $\frac{1}{80}$ ), und zweitens, dass es nicht beträchtlich kleiner sei. Setzt man demgemäss rund  $k' = 0,01$ , so erhält man als die gesuchte Zahl  $p = \frac{k}{k'} = 20$ .

Für den auf drei völlig verschiedenen Wegen erhaltenen Werth von etwa 20 Schwingungen, welche vergehen müssen, ehe eine charakterisirte Tonempfindung entsteht, kann man noch auf einem vierten Wege, von der musikalischen Seite, eine Bestätigung suchen. Auf diese Möglichkeit hat Hr. Pfaunder zwar in der Einleitung seines Aufsatzes aufmerksam gemacht, ist aber nicht wieder darauf zu-

rückgekommen. Und nicht mit Unrecht. Spielen doch gerade bei den in der Musik gebräuchlichen Tönen die Obertöne die wesentlichste Rolle. Aber es ist leicht einzusehen, dass der Einfluss der Obertöne sich nur derart geltend machen kann, dass die zu bestimmende Zahl zu klein ausfällt; dieselbe wird also immerhin die Bedeutung einer untern Grenze haben. Die musikalische Thatsache, um welche es sich handelt, ist die, dass Triller und Vorschläge in tiefen Lagen verschmährt oder, wo sie noch vorkommen, schwerfälliger werden. Diese Thatsache erklärt sich in den meisten Fällen wohl am einfachsten aus der Rücksicht auf das störende Nachklingen der Töne. Versucht man es, sie durch den Umstand zu erklären, dass eine gewisse Anzahl von Schwingungen zur Erzeugung und Charakterisirung des Tones erforderlich sind, so findet man hierfür etwa die Zahl 10 als untere Grenze.

Aus alledem ergibt sich, dass wahrscheinlich etwa zwanzig Schwingungen zur Erzeugung eines charakterisirten Tones erforderlich sind.

Breslau, 23. Jan. 1879.<sup>1)</sup>

#### VII. *Ueber die Emissionsspectra der Haloïdverbindungen des Quecksilbers; von B. O. Peirce.*

Die Emissionsspectra der Quecksilberhaloïdverbindungen erhält man am bequemsten, wenn man den Strom eines Inductoriums durch eine Geissler'sche Röhre leitet, in die eine kleine Menge des Salzes gebracht ist, und die man dann erhitzt. Ist die Röhre kalt, so tritt das bekannte Luftspectrum auf. Erwärmt man sie langsam mit einem Bunsen'schen Brenner, so verschwindet dasselbe und das gewöhnliche Quecksilberspectrum erscheint. Bei weiterem Erwärmen tritt eine für jedes Salz verschiedene Lichtbande auf.

1) Wie ich nachträglich erfahre, hat auf andere Weise auch Hr. Mach (Lotos, Aug. 1873), sogar ohne Gewähr des Ausschlusses von Obertönen, die Zahl 4 bis 8 als Minimum gefunden.

Die Messungen wurden mit einem Steinheil'schen Spectroskop angestellt, das ein Flintglasprisma und eine photographirte Scala besass. Es entsprachen die folgenden Linien den beigesetzten Theilstrichen.

Li: 81. Na: 100.  $Hg_\gamma$ : 102,9 und 103,8 (Doppellinie).  $Ba_\alpha$ : 111.  $Hg_\alpha$ : 114.  $Sr_\beta$ : 157.  $Hg_\beta$ : 176.  $Hg_\delta$ : 138.  $Hg_\epsilon$ : 207.

Quecksilberchlorid ( $HgCl_2$ ). Die Bande in dem Spectrum dieses Salzes liegt zwischen der orangen und grünen Quecksilberlinie und erstreckt sich von  $108\frac{1}{2}$  bis  $110\frac{1}{2}$ . Sie ist auf ihrem weniger brechbaren linken Ende begrenzt. Bei sehr starkem Erhitzen der Röhre erscheint auf eine grosse Strecke rechts von der Bande ein continuirliches Spectrum, sie selbst bleibt aber an ihrem weniger brechbaren Ende scharf begrenzt. Im Grün ist das continuirliche Spectrum von zahlreichen, sehr feinen schwarzen Linien, die indessen zu zählen unmöglich war, durchzogen.

Quecksilberchlorür ( $Hg_2Cl_2$ ) gibt dieselbe Bande. Es würde daraus folgen, dass dasselbe in Quecksilberchlorid und Chlor, dessen Linien zurtücktreten, zersetzt ist; eine solche Dissociation des Quecksilberchlorürs im dampfförmigen Zustande wird ja auch durch andere Beobachtungen wahrscheinlich gemacht.

Quecksilberbromid ( $HgBr_2$ ) zeigt eine Bande zwischen 131 und 135 und ein sehr schwaches continuirliches Spectrum, wenn das Rohr sehr heiss ist. Die dem Quecksilberchlorid entsprechende Bande war gleichfalls zu sehen, was wohl durch Unreinigkeiten bedingt ist.

Quecksilberjodid ( $HgJ_2$ ) gibt eine blaue, an beiden Seiten verwaschene Bande zwischen 168 und 172. Wurde die Röhre stark erhitzt, so trat ein continuirliches Spectrum im Violett rechts von  $Hg_\delta$  auf.

Die Mittelpunkte der Banden des Quecksilberchlorids, -bromids, -jodids entsprechen folgenden Wellenlängen in Milliontel Millimetern 443, 500 und 558; wobei zu beachten ist, dass die Bande des Quecksilberbromids gerade in

der Mitte zwischen der des Jodids und der des Chlorids liegt. - In der That ist:

$$558 - 500 = 58 \qquad 500 - 443 = 57.$$

Für die Unterstützung bei diesen Versuchen sage ich Hrn. Prof. E. Wiedemann meinen besten Dank.

Leipzig. Physikalisch-Chemisches Laboratorium.  
December 1878.

• VIII. *Hydrodynamische Probleme in Beziehung zur Theorie der Meeresströmungen;*  
*von K. Zöppritz.*

II. Ueber Stromtheilung und Zusammensetzung.<sup>1)</sup>

Die von Helmholtz<sup>2)</sup> begründete und von Kirchhoff<sup>3)</sup> so reich entwickelte Theorie der freien Flüssigkeitsstrahlen gestattet eine Anwendung auf gewisse Erscheinungen der Meeresströmungen.

Denkt man sich in einem unbegrenzten ebenen Ocean eine stationäre Strömung durch einen mit constanter Stärke in der Breite  $2b$  wehenden Passat erzeugt, so wird, wenn man von dem Einflusse der Reibung auf die Ränder absieht, der Strom eine in jeder Horizontalschicht constante Geschwindigkeit und die Breite  $2b$  haben. Denkt man sich durch horizontale Ebenen den Strom in dünne Schichten zerlegt, so wird jede solche Schicht einen Strahl bilden, der aus der Unendlichkeit mit constanter Geschwindigkeit und gegebener Breite  $2b$  kommt, und in welchem, wenn er auf feste Wände stösst, die neuen Begrenzungscurven

1) Den Abschnitt I: Ueber die Bewegungen einer unbegrenzten Flüssigkeitsschicht unter dem Einflusse von Oberflächenimpulsen siehe Wied. Ann. III. p. 582. 1878.

2) Monatsber. d. Berl. Akad. 1868. p. 215.

3) Crelle Journ. LXX. (1869.) p. 289. — Vorles. üb. math. Physik.

(1.) 22. Vorles.

und die Geschwindigkeitsvertheilung nur von 2 Coordinaten abhängen. Abstrahirt man also überhaupt von der Reibung der einzelnen Stromfäden einer Horizontalschicht gegeneinander, so wird das von Hrn. Kirchhoff behandelte Problem des Anpralls eines Strahls an eine ebene Wand Aufschluss geben können über analoge Vorgänge beim Anprall der Aequatorialströme an Continente. — Ueber den Einfluss der in Wirklichkeit vorhandenen, von den gemachten Voraussetzungen verschiedenen Bedingungen soll später das Nöthige bemerkt werden.

Es handelt sich zunächst um Beantwortung der Frage, wie ein aus der Unendlichkeit mit constanter Geschwindigkeit herkommender Strom sich theilt, wenn er gegen eine verticale ebene Wand von unbegrenzter Länge stösst. Hr. Kirchhoff<sup>1)</sup> hat den Fall behandelt, wo ein Strom von der ursprünglichen Geschwindigkeit = 1 und der Breite  $2\pi$  auf eine ebene Wand von endlicher Länge senkrecht trifft. Der Strom theilt sich hierbei in zwei gleiche Arme von der Breite  $\pi$ . Das Problem des schiefen Stosses, wobei sich der Strom in zwei Arme von verschiedener Breite theilt, ist noch nicht gelöst und scheint mir auch, selbst für den einfacheren Fall des Anpralls an eine Wand von unbegrenzter Länge, wenigstens durch Abbildung von Sicheln aufeinander, nicht lösbar. Nur für den Fall einer begrenzten und so gestellten Wand, dass die Theilung in zwei Arme von gleicher Breite  $\pi$  erfolgt, hat Hr. Kirchhoff die Lösung angedeutet.<sup>2)</sup>

Die Gleichungen für die freien Grenzlinien des Stromes beim senkrechten Stosse auf die unbegrenzte Wand erhält man aus den von Kirchhoff aufgestellten, indem man dort  $k = 1$  setzt. Man erhält also:

$$\frac{dx}{d\varphi} = \pm \frac{1}{\sqrt{1+e^{-\varphi}}}, \quad \frac{dy}{d\varphi} = -\sqrt{1-\frac{1}{1+e^{-\varphi}}} = -\sqrt{\frac{e^{-\varphi}}{1+e^{-\varphi}}}.$$

1) Crelle Journ. LXX. p. 297.

2) Vorles. üb. math. Physik. (1.) 22. Vorles. § 5.

Der Ursprung der Coordinaten  $x, y$  ist der Punkt, wo die Axe des Stromes die feste Wand trifft. Die Ausführung der Integrationen ergibt:

$$x = \pm \log \frac{\sqrt{1+e^{-\varphi}}+1}{\sqrt{1+e^{-\varphi}}-1} + C,$$

$$y = 2 \log \left( e^{-\frac{\varphi}{2}} + \sqrt{1+e^{-\varphi}} \right) + C'.$$

Hat der Strom nicht die ursprüngliche Breite  $2\pi$ , sondern  $2b$ , so hat man  $\frac{x}{b}$  statt  $x$  und  $\frac{\varphi}{b}$  statt  $\varphi$  einzusetzen. Die Integrationsconstanten bestimmen sich aus der Bedingung, dass  $x = \pm b$  für  $\varphi = -\infty$ , und  $y=b$  für  $\varphi = \infty$ , sein muss. Es werden deshalb die Gleichungen derjenigen Grenzcurve, die auf der positiven Seite der Y-Axe liegt:

$$x = b \left\{ 1 + \log \frac{\sqrt{1+e^{-\frac{\varphi}{b}}}+1}{\sqrt{1+e^{-\frac{\varphi}{b}}}-1} \right\},$$

$$y = b \left\{ 1 + 2 \log \left( e^{-\frac{\varphi}{2b}} + \sqrt{1+e^{-\frac{\varphi}{b}}} \right) \right\}.$$

Setzt man:

$$\sqrt{1+e^{-\frac{\varphi}{b}}} = z, \quad x-b = \xi, \quad y-b = \eta,$$

und geht von den Logarithmen zu den Exponentialgrößen über, so kann man vorstehende Gleichungen so schreiben:

$$e^{\frac{\xi}{b}} = \frac{z+1}{z-1}, \quad e^{\frac{\eta}{2b}} = z + \sqrt{z^2-1}.$$

Indem man aus der ersten Gleichung  $z$  ausdrückt und in die zweite einsetzt, ergibt sich die Curvengleichung:

$$e^{\frac{\eta}{2b}} = \frac{e^{\frac{\xi}{2b}} + 1}{e^{\frac{\xi}{2b}} - 1} = \frac{e^{\frac{\xi}{4b}} + e^{-\frac{\xi}{4b}}}{e^{\frac{\xi}{4b}} - e^{-\frac{\xi}{4b}}},$$

die eine gewisse Verwandtschaft mit der Gleichung der Kettenlinie zeigt. Es ergibt sich daraus auch umgekehrt:

$$e^{\frac{\xi}{2b}} = \frac{e^{\frac{\eta}{2b}} + 1}{e^{\frac{\eta}{2b}} - 1} = \frac{e^{\frac{\eta}{4b}} + e^{-\frac{\eta}{4b}}}{e^{\frac{\eta}{4b}} - e^{-\frac{\eta}{4b}}},$$

sodass also die Curve symmetrisch bezüglich einer den Winkel der neuen Coordinatenachsen  $\xi, \eta$  halbirenden Geraden liegt. Diese Axen sind den alten parallel und sind im Abstand  $+b$  von beiden gezogen. Sie sind beide Asymptoten der Curve. Die Form der Gleichung lässt übersehen, dass sich beide Curvenäste den Asymptoten rasch nähern. Ist z. B.  $\xi = n \cdot 2b$  und  $n$  eine einigermaßen erhebliche Zahl, so wird in erster Annäherung:

$$e^{\frac{\xi}{2b}} = 1 + \frac{\xi}{2b}, \quad \text{also} \quad \eta = 2b \cdot \frac{\xi}{2b},$$

d. h. bei wachsendem  $n$  rasch sehr klein. — Man erhält den Scheitelpunkt der Curve, wenn man in den obigen Werthen von  $x$  und  $y$   $\varphi = 0$  setzt. Es wird dann  $z = \sqrt{2}$  und:

$$\frac{\xi_0}{b} = \log \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}, \quad \frac{\eta_0}{b} = 2 \log(\sqrt{2} + 1),$$

woraus:

$$\xi_0 = \eta_0 = 0,76556 \cdot b.$$

Der Punkt liegt also auf einer vom Ursprung der  $x, y$ , durch den der  $\xi, \eta$ , also unter  $45^\circ$  Neigung gegen die Axen gezogenen Geraden, im Abstand:

$$\sqrt{\xi_0^2 + \eta_0^2} = 1,083 b$$

vom Ursprung der  $\xi, \eta$ . Die Begrenzung des Stromes hat also ungefähr die in Fig. 1 dargestellte Gestalt.

Die Betrachtung, wodurch die Grenzen des Gebietes dieser Flüssigkeitsbewegung gefunden werden, ist ganz unabhängig davon, ob man sich die Bewegung in der bisher vorausgesetzten Richtung stattfindend denkt, oder in dem gerade entgegengesetzten Sinne. Die Stromlinien bleiben



ungeändert, ob man sie sich in dem einen oder in dem andern Sinne durchflossen denkt, wenn man nur an jeder Stelle der Geschwindigkeit das entgegengesetzte Vorzeichen gibt. Daraus folgt, dass zwei Ströme von gleicher Breite  $b$ , die sich mit gleicher Geschwindigkeit  $= 1$  längs einer ebenen Wand in entgegengesetzter Richtung bewegen, sich zusammensetzen zu einem senkrecht zu dieser Wand stehenden Strome, der in der Unendlichkeit die Breite  $2b$  und die Geschwindigkeit  $= 1$  hat.

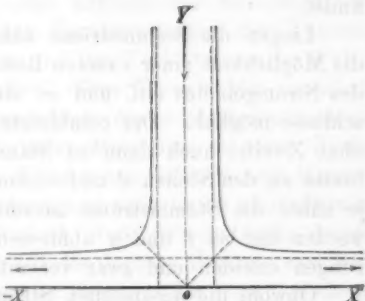


Fig. 1.

Wird nun eine ebene Wand von zwei parallelen gleich breiten und gleiche Geschwindigkeiten besitzenden Strömen an zwei sehr weit voneinander entfernten Punkten senkrecht getroffen, so werden die nach innen strömenden Zweige auch gleiche Breiten und gleiche Geschwindigkeiten besitzen, sich also in der Mitte zwischen den beiden Stammströmen zu einem diesen gleichen, aber entgegen-

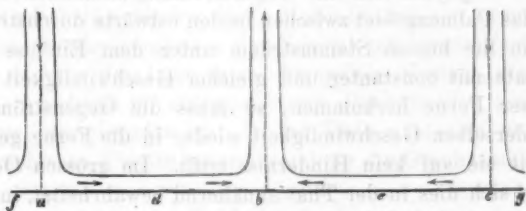


Fig. 2.

gesetzt gerichteten Ströme zusammensetzen, wenn nur die Entfernungen zwischen den Punkten  $a, b, c$  Fig. 2 so gross sind, dass die Stromzweige in  $d$  und  $e$  die halbe Breite

der Stammströme haben, was, streng genommen, erst in unendlicher Entfernung von den Theilungspunkten stattfindet.

Liegen die Stammströme näher beisammen, so hört die Möglichkeit einer exacten Bestimmung der Begrenzung des Stromgebietes auf, und es sind nur noch Analogieschlüsse möglich. Der combinirte rückläufige Strom wird ohne Zweifel auch dann zu Stande kommen, die Strombreite an den Stellen *d* und *e* jedoch um so mehr wachsen, je näher die Stammströme zusammenrücken. Ausserdem werden die bei *f* und *g* abfliessenden Stromarme Aenderungen erleiden und zwar vermuthlich verstärkt werden.

Obwohl die oceanischen Strömungen weit davon entfernt sind, so einfache Verhältnisse darzubieten, so glaube ich doch, dass die eben vorgeführten Betrachtungen das Verständniss der äquatorialen Gegenströmungen zu fördern geeignet sind. Solche Strömungen kommen da zu Stande, wo die beiden grossen Aequatorialströmungen des stillen wie des atlantischen Oceans gegen meridional verlaufende Continente oder Inselreihen anprallen. Jeder Strom sendet dort die Hauptmasse seiner Gewässer in je einem nach Norden, bez. nach Süden abbiegenden Stromast polwärts, den andern Theil aber nach innen, wo sich dann die von dem nördlichen und südlichen Stammstrome herrührenden Theile begegnen und eine Gegenströmung zusammensetzen, die das Calmengebiet zwischen beiden ostwärts durchströmt. Wenn die beiden Stammströme unter dem Einfluss der Passate mit constanter und gleicher Geschwindigkeit aus grosser Ferne herkommen, so muss die Gegenströmung mit derselben Geschwindigkeit wieder in die Ferne gehen, soweit sie auf kein Hinderniss trifft. Im grossen Ocean findet sich dies in der That annähernd bewahrheitet, indem die Geschwindigkeit der beiden Aequatorialströmungen von 12 bis 22 Seemeilen in 24 Stunden variirt, während die äquatoriale Gegenströmung eine Geschwindigkeit von 18 Seemeilen besitzt.<sup>1)</sup> Systematisch nach Zeit und Ort

1) Kloecken, Handbuch der Erdkunde. 3. Aufl. I. p. 621.

vertheilte Beobachtungen scheinen in jenen Gegenden noch zu fehlen.

Es erübrigt noch, den Einfluss der wesentlichsten Unterschiede zwischen den Voraussetzungen der Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen und den Verhältnissen im Weltmeer in Betracht zu ziehen. Jene Theorie gilt zunächst nur für eine isolirte, unendlich dünne Horizontalschicht oder für ein unendlich tiefes Meer von in jeder Tiefe gleicher Geschwindigkeit. Die Aequatorialströme des Meeres bestehen aber aus Schichten von nach unten gleichförmig abnehmender Geschwindigkeit. Jede Schicht wirkt durch die Reibung verzögernd auf die darüber liegende und beschleunigend auf die darunter liegende. Im ursprünglichen, geradlinig verlaufenden stationären Strome nimmt die Geschwindigkeit von der Oberfläche in die Tiefe in linearem Verhältnisse ab<sup>1)</sup>; d. h. ist die Geschwindigkeit in der Oberfläche =  $\sigma_0$ , so ist die Geschwindigkeit in der Tiefe  $z$  des Meeres, dessen Gesamttiefe =  $h$  ist:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{h-z}{h}.$$

Jede Schicht, für sich betrachtet, hat aber dieselben Stromlinien, da deren Gestalt unabhängig von der ursprünglichen constanten Geschwindigkeit ist<sup>2)</sup> und nur durch die Strombreite bestimmt wird, die bei allen Schichten dieselbe ist. An jedem Punkte einer gegebenen Stromlinie wird die Geschwindigkeit gefunden durch Multiplication der ursprünglichen Geschwindigkeit  $\sigma$  der Schicht mit einem Factor  $f$ , der nur von der Lage in der Stromlinie abhängt, also für alle Schichten in entsprechenden Punkten der gleichen Stromlinien derselbe ist. In der Tiefe  $z$  ist also an dem betrachteten Punkte einer Stromlinie die Geschwindigkeit:

$$v = f\sigma = f\sigma_0 \frac{h-z}{h}.$$

Denkt man sich nun alle Schichten übereinander gelegt und jede für sich in Bewegung, so trifft man, indem man

1) Wied. Ann. III. p. 567. 1878.

2) Kirchhoff, Vorles. über math. Physik. (1.) p. 306—307.

an irgend einem Punkte von der Oberfläche in die Tiefe geht, auf Punkte von nach vorstehender Formel linear abnehmender Geschwindigkeit. An jedem Orte folgt also die Geschwindigkeit nach abwärts dem Gesetze:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0,$$

d. h. gerade dem Gesetze, wie es durch die Reibung der Flüssigkeitsschichten gegeneinander bedingt ist. Es geht daraus hervor, dass diese Reibung keine Aenderung in der Gestalt und der Geschwindigkeitsänderung des Stromes hervorbringt.

Dadurch dass die Continente nicht als verticale Wände, sondern in allmählicher Abdachung aus der Tiefe aufsteigen, wird das Zustandekommen regelmässiger Stromfiguren vielleicht am erheblichsten gestört. Dieser Umstand in Verbindung mit der stark gebogenen Form der südamerikanischen Ostküste ist wahrscheinlich der Hauptgrund, warum der Guineastrom erst soweit von jener Küste deutlich auftritt. Dass er nicht, wie oft vermuthungsweise ausgesprochen worden ist, aus der Tiefe auftaucht, sondern an seiner Oberfläche hauptsächlich aus dem Wasser der oberflächlichen Schichten seiner erzeugenden Strömungen besteht, zeigt schon seine hohe Temperatur. Auch die Geschwindigkeit des Guineastromes stimmt, wie die Theorie verlangt, mit derjenigen seiner erzeugenden Ströme leidlich überein. Nach Krümmel<sup>1)</sup> hat die südatlantische Aequatorialströmung eine mittlere Geschwindigkeit von 16,2 Seemeilen den Tag, die nördliche 8—9 Meilen und die Guineaströmung 15. Auch die soviel geringere Geschwindigkeit des nördlichen Aequatorialstromes gegen den südlichen trägt jedenfalls zu den Eigenthümlichkeiten im Auftreten des Guineastromes bei.

Schliesslich ist noch eine Voraussetzung zu eliminiren, die bisher festgehalten wurde, die nämlich, dass die Reibung

1) Krümmel, Die äquatorialen Meeresströmungen des atlantischen Oceans. Leipzig 1877. p. 28—29.

der Wasserströme an den Rändern gegen das ruhende Meer und überhaupt die Reibung innerhalb einer Horizontalschicht zu vernachlässigen sei. In Wirklichkeit ziehen die bewegten Randtheilchen des Stromes die benachbarten ruhenden mit in Bewegung, und diese pflanzt sich bis dort hin fort, wo die Theilchen anderweit verhindert werden, ihr zu folgen. Betrachtet man z. B. einen Strom und einen parallelen Gegenstrom, so werden, da in *a* und *b* gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeiten herrschen und *c* in der Mitte zwischen *a* und *b* liegen soll, zwischen *a* und *c* Bewegungen im Sinne von *a*, zwischen *b* und *c* solche im Sinne von *b* stattfinden; die Theilchen bei *c* selbst bleiben in Ruhe. Die

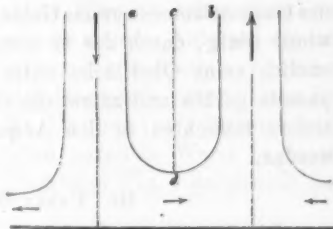


Fig. 3.

Linie *cd* bildet also die eigentliche Scheidelinie der entgegengesetzten Bewegungen, und von ihr nimmt nach beiden Seiten die Geschwindigkeit zu bis in die eigentlichen Ströme.<sup>1)</sup> — Auch in den Strömen selbst werden durch die Reibung Veränderungen in der Geschwindigkeit hervorgebracht, die aber für die vorliegende Frage von minderer Wichtigkeit sind.

Die Existenz der Reibung in den natürlichen Flüssigkeiten ermöglicht in denselben Bewegungsformen, die in den abstracten Flüssigkeiten, wie sie die gewöhnliche Hydrodynamik voraussetzt, unmöglich sein würden. Flüssigkeitsstrahlen z. B., deren Axen convergiren, sodass sich ihre Grenzen schneiden würden, sind bei dieser Abstraction unmöglich, während in einer wirklichen Flüssigkeit ein Strom, der einen andern trifft, sich auf freilich abgelenkter Bahn neben ihm anordnen und weiter bewegen kann.

1) Vgl. auch Wied. Ann. III. p. 605 unten. 1876.

Vermöge der Reibung entsteht zwischen beiden ein Mittelwasser, worin die Geschwindigkeit stetig von der des einen in die des andern übergeht. So wird es möglich, dass sich ein Meeresstrom, wie z. B. die Guineaströmung, nach ihrem Anprall an die afrikanische Küste eingengt durchwindet, wo nur immer freies, d. h. nicht in entgegengesetzter Strömung begriffenes Meer sich darbietet. Zwischen der Küste und dem vom Aequatorialstrome eingenommenen Gebiete des Südostpassats bleibt dem südöstlichen Arme des Guineastromes nur das Gebiet der veränderlichen Küstenwinde übrig, durch das er seinen Weg nehmen kann, bis endlich seine Oberfläche unter den Einfluss des Südostpassats geräth und zuerst die Oberfläche, weiterhin immer tiefere Schichten in den Aequatorialstrom hineingezogen werden.

### III. Ueber Windstau.

Die Resultate, die ich in diesem Abschnitte mitzutheilen habe, sind leider mehr negativer Natur, dürften indessen wenigstens vom kritischen Standpunkte aus einiges Interesse haben.

Die Lösung folgender Aufgabe wäre für die Geophysik von grossem Werthe. Eine über eine horizontale Ebene in endlicher Tiefe ausgebreitete Flüssigkeitsschicht sei durch eine verticale ebene Wand begrenzt. Auf die Oberfläche wirke ein überall und jederzeit constanter Wind, dessen Richtung senkrecht gegen die Begrenzungswand steht. Welche Bewegungen kann die Flüssigkeit ausführen, und welche Gestalt nimmt ihre Oberfläche an?

Nimmt man die  $Y$ -Axe horizontal und parallel der Wand, die  $X$ -Axe vertical nach unten, so sind alle Bewegungen nur von  $x$  und  $z$  abhängig und müssen den im ersten Abschnitte dieser Abhandlung<sup>1)</sup> aufgestellten Differentialgleichungen für die Bewegung reibender Flüssigkeiten gehorchen:

1) Wied. Ann. III. p. 584. 1878,

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} - g - \frac{k}{\mu} \Delta u = 0, \quad \frac{dw}{dt} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{k}{\mu} \Delta w = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Für die der verticalen Wand anliegenden Theilchen müssen jederzeit, wie am Boden,  $u = 0$  und  $w = 0$  sein. An der Oberfläche gelten dieselben Bedingungen wie dort. Es lässt sich nun zunächst beweisen, dass, sofern überhaupt obige Gleichungen für das vorliegende Problem angewendet werden dürfen, keine stetige Flüssigkeitsbewegung von der Art stattfinden kann, wie sie manche Autoren, die sich Vorstellungen über die Wirkung des Windstaus zu machen versuchten, als wahrscheinlich hingestellt haben; keine Bewegung nämlich, wie sie Hr. Carpenter<sup>1)</sup> für eine noch durch eine zweite, der ersten parallele Wand begrenzte flüssige Masse durch das Diagramm Fig. 4 dargestellt hat.

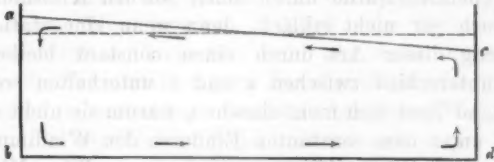


Fig. 4.

Die allgemeine Analyse der Bewegungen im Innern eines Körpers, dessen Theilchen gegeneinander verschiebbar sind, führt nämlich zu dem Resultate<sup>2)</sup>, dass ein materieller Punkt, der einmal nicht der Oberfläche des Körpers angehört hat, bei stetig bleibender Bewegung niemals derselben angehören kann, und umgekehrt, dass ein Punkt, der einmal der Oberfläche angehört hat, immer in derselben verbleibt. Da an den Gefässwänden  $a b c d$  keine Bewegung stattfindet, so müssten aber die auf der Oberfläche herangedrivenen Theilchen ins Innere der Flüssigkeit eindringen, um einen Kreislauf in der Rich-

1) Proceedings of the R. Geographical Society. Vol. 18. p. 302.

2) S. Kirchhoff, Vorles. üb. math. Physik. (1.) 10. Vorles. § 6.  
Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. VI.

tung der Pfeile machen zu können. Nach dem eben ausgesprochenen Satze wäre dies höchstens in unstetiger Weise möglich, d. h. so, dass sich ein Strahl bildete, der in die Tiefe dränge. Es ist aber nicht wohl einzusehen, wie und in welcher Ausdehnung ein solcher zu Stande kommen, und warum er gerade in der Richtung vordringen sollte, wo er die unter dem höchsten Drucke stehenden Wassermassen in Bewegung zu setzen hat.

Gegen die Möglichkeit einer Bewegung nach obigem Diagramm spricht übrigens auch noch ein Erfahrungsgrund. Eine solche Bewegung müsste in Seen oder Binnenmeeren die tiefstemperirten Bodenschichten des Beckens in die Höhe, die hochtemperirten Oberflächenschichten in die Tiefe führen und dadurch bald eine gleichförmige Temperatur in dem ganzen Inhalte des Beckens hervorbringen, was bisher noch niemals wahrgenommen worden ist. Ueberdies würde durch einen solchen Kreislauf der Stau noch gar nicht erklärt, denn wenn eine stationäre Bewegung dieser Art durch einen constant bleibenden Niveauunterschied zwischen  $a$  und  $c$  unterhalten werden könnte, so lässt sich nicht einsehen, warum sie nicht ebensowohl unter dem constanten Einflusse des Windimpulses allein, ohne Niveaudifferenz, fort dauern sollte. Niveaudifferenz ist nur eine der möglichen Ursachen von Bewegung schwerer Flüssigkeiten.

Die vorstehenden Differentialgleichungen lassen aber ferner übersehen, dass auch nicht etwa ein Gleichgewichtszustand in der Art stattfinden kann, dass überall im Innern  $u=0$  und  $v=0$  wäre, und die Oberfläche etwa eine gegen den Horizont geneigte Lage annähme. Dies ist deshalb unmöglich, weil die Oberflächenbedingung:

$$T = \lambda (\tau_1 - \tau),$$

welche aussagt, dass die Tangentialkomponente  $T$  des innern Druckes proportional der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen dem berührenden Körper (der Luft) und der Flüssigkeit ist, unmöglich wird, denn es wird auch  $T=0$  und  $\tau=0$ , und die Gleichung könnte bei gegebenem  $\tau_1$  nur



bestehen, wenn  $\lambda=0$  wäre. Das würde aber heissen, dass die Luft sich ohne jede Reibung längs der Wasseroberfläche hinbewegen könnte, das Wasser sich also wie ein starrer Körper der Luft gegenüber verhielte. Unter dieser Voraussetzung wäre freilich ein Gleichgewichtszustand möglich und zwar bei horizontaler Oberfläche. So lange aber überhaupt eine Wechselwirkung zwischen Luft und Wasser stattfindet, so lange also  $\lambda$  nicht  $\neq 0$  ist, kann die Oberfläche des Wassers nicht in Ruhe sein, wenn die Luft in Bewegung ist. — Leider lässt sich hier diese Bedingung auch nicht wie bei dem im ersten Abschnitte behandelten Problem durch eine andere ersetzen, welche die Geschwindigkeit der die Oberfläche bildenden Wassertheilchen selbst als gegeben setzt; denn für die Geschwindigkeit an der Oberfläche eines durch Wind gestauten Sees oder Meeres fehlt noch jeder empirische Anhalt.

Wenn erfahrungsgemäss der Windstau auch bei andauerndem Wind gewisse, ziemlich enge Grenzen nicht überschreitet, so kann dies wohl nur daran liegen, dass schon die Vorwärtsbewegung der oberflächlichsten Wassertheilchen in unstetiger, zusammenhangloser Weise stattfindet. Bei merklichem Wind erheben sich immer Wellen, auf deren Kämme der Wind stärker einwirkt, als auf ihre tiefergelegenen Theile. Dadurch finden Ueberschiebungen und Umkippungen, also unstetige Bewegungen statt. Bei solchen localen Lösungen des Zusammenhangs können aber leicht zwischen und unter den vorwärtsgeschobenen Massen rückläufige Ausgleichsströmungen entstehen, sodass also, wenn die Stauhöhe ihre Maximalgrenze erreicht hat, der ganze Vorgang des Vorschiebens der Oberflächentheilchen und des ausgleichenden Rückflusses gleicher Wassermengen innerhalb einer sehr dünnen oberflächlichen Schicht in unstetiger Weise stattfindet, während die tiefer gelegenen Schichten ganz in Ruhe bleiben.

Giessen, 9. Jan. 1879.

# IX. Ueber die relative Raumerfüllung der Gase; von Prof. Gustav Schmidt in Prag.

In den Tabellen über die Gasdichten in der letzten vollendeten Auflage von Fresenius' Quantitativer Analyse p. 994 ist die relative Raumerfüllung, d. h. das Volumen, welches je ein Molecul der permanenten Gase, z. B. (OO), (NN) u. s. f. erfüllt, wenn die Moleculargewichte auf das des Wasserstoffs gleich Zwei bezogen sind, und das specifische Gewicht der Luft, d. h. das Gewicht der Volumeneinheit gleich Eins gesetzt wird,  $v = 28,8725$ ; in dem Lehrbuche der physikalischen und theoretischen Chemie von H. Buff, H. Kopp und F. Zamminer, 2. Abth. p. 163, 1863 ist  $v = 28,88$  angegeben; während ich schon früher<sup>1)</sup> nachgewiesen habe, dass  $v = 28,8384$  zu setzen sei, wonach das Moleculargewicht  $m$  mit der relativen Dichte  $\delta$  durch die Beziehung  $m = 28,8384 \delta$  zusammenhängt.

Da diese Angabe in weiteren Kreisen nicht bekannt geworden zu sein scheint, erlaube ich mir, sie im Folgenden hier noch einmal zu begründen.

Bestehen 100 Volumina Luft aus  $x$  Volumina Sauerstoff und  $(100 - x)$  Volumina Stickstoff, ist das Gewicht eines Volumens oder das specifische Gewicht der beiden Gase resp.  $s_1$  und  $s_2$ , wenn das Gewicht eines Volumens der Luft gleich Eins gesetzt wird, so ist:

$$xs_1 + (100 - x)s_2 = 100.$$

Sind die Moleculargewichte des Sauerstoffs und Stickstoffs resp.  $m_1 = 32$  und  $m_2 = 28$ , so ist  $s_1 = \frac{32}{v}$ ,  $s_2 = \frac{28}{v}$ , also:

$$32x + (100 - x) \cdot 28 = 100 \cdot v,$$

$$v = 28 + 0,04x.$$

Nach Regnault und Reiset ist:

$$x = 20,96,$$

1) Progr. der polytechnischen Schule in Riga, 1863. Abh. d. k. böhm. Ges. d. Wissensch. (VI.) Bd. I. 1867.

woraus folgt:

$$v = 28,8364, \quad \frac{1}{v} = 0,034676,$$

an Stelle der früher angenommenen Werthe.

Berechnet man mittelst des Werthes  $v$  und des Moleculargewichts  $m$  die specifischen Gewichte der Gase

$$s = \frac{m}{v}, \text{ so ergibt sich:}$$

Tabelle über die Gasdichten  $\epsilon$ .

Benennung der Gasart	Chemische Formel	Moleculargewicht $m$	$s$ berechnet	$\epsilon_1$ beobachtet	Fehler der Beobachtung in Procenten
Atmosphärische Luft .	—	—	1,00000	—	—
Wasserstoff . . . . .	H <sub>2</sub>	2	0,06935	0,0692	—0,2
Sauerstoff . . . . .	O <sub>2</sub>	32	1,10963	1,1056	—0,4
Stickstoff . . . . .	N <sub>2</sub>	28	0,97093	0,9713	0
Kohlenstoff . . . . .	C <sub>2</sub>	24	0,83222	hypoth.	—
Chlor . . . . .	Cl <sub>2</sub>	71	2,4620	2,44	—0,9
Brom . . . . .	Br <sub>2</sub>	160	5,5482	5,54	—0,1
Jod . . . . .	J <sub>2</sub>	254	8,8077	8,716	—1,0
Schwefel . . . . .	S <sub>8</sub>	192	6,6578	6,654	—0,1
Phosphor . . . . .	P <sub>4</sub>	124	4,2998	4,326	+0,6
Arzengas . . . . .	As <sub>4</sub>	300	10,4028	10,37	—0,3
Quecksilbergas . . . . .	Hg	200	6,9352	7,03	+1,4
Siliciumgas . . . . .	Si <sub>2</sub>	56	1,9419	hypoth.	—
Chlorwasserstoff . . . . .	HCl	36,5	1,2657	1,2474	—1,5
Kohlenoxyd . . . . .	CO	28	0,9709	0,9678	—0,3
Stickoxyd . . . . .	NO	30	1,0403	1,0386	—0,2
Wasserdampf . . . . .	H <sub>2</sub> O	18	0,6242	0,622	—0,4
Schwefelwasserstoff . . . . .	H <sub>2</sub> S	34	1,1790	1,1912	+1,0
Chlorammonium . . . . .	$\frac{1}{2}(\text{NH}_4\text{Cl})$	26,75	0,9276	0,89	—0,4
Ammoniumsulfhydrat . . . . .	$\frac{1}{2}(\text{NH}_4\text{S})$	25,5	0,8842	0,894	0
Ammoniak . . . . .	NH <sub>3</sub>	17	0,5895	0,590	+0,1
Cyanwasserstoff . . . . .	HNC	27	0,9363	0,947	+1,1
Stickoxydul . . . . .	N <sub>2</sub> O	44	1,5257	1,527	+0,1
Schweflige Säure . . . . .	SO <sub>2</sub>	64	2,2198	2,247	+1,2
Kohlensäure . . . . .	CO <sub>2</sub>	44	2,5257	1,529	+0,2

Benennung der Gasart	Chemische Formel	Moleculargewicht m	$\epsilon$ berechnet	$\epsilon_1$ beobachtet	Fehler der Beobachtung in Procenten
Kohlensulfid . . . . .	$\text{CS}_2$	76	2,6354	2,6447	+0,4
Methylen . . . . .	$\text{CH}_4$	16	0,5548	0,559	+0,8
Phosphorchlorid . . . . .	$\frac{1}{2}(\text{PCl}_3)$	104,25	3,6150	3,66	+1,2
Elayl . . . . .	$\text{C}_2\text{H}_4$	28	0,9709	0,967	-0,4
Cyan . . . . .	$\text{N}_2\text{C}_2$	52	1,8032	1,86	+3,2
Chloroform . . . . .	$\text{CHCl}_3$	119,5	4,1438	5,30?	—
Phosphorchlorür . . . . .	$\text{PCl}_3$	137,5	4,7680	4,742	-0,5
Arsenchlorür . . . . .	$\text{AsCl}_3$	181,5	6,2937	6,30	+0,1
Aethylchlorür . . . . .	$\text{C}_2\text{H}_5\text{Cl}$	64,5	2,2366	2,235	-0,1
Aethylbromür . . . . .	$\text{C}_2\text{H}_5\text{Br}$	109	3,7797	3,754	-0,7
Alkohol . . . . .	$\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$	46	1,5951	1,589	-0,4
Kieselchlorid . . . . .	$\text{SiCl}_4$	170	5,8949	5,939	+0,7
Aethylcyanür . . . . .	$\text{C}_3\text{H}_5\text{N}$	55	1,9072	1,928	+1,1
Elaylchlorür . . . . .	$\text{C}_2\text{H}_4\text{Cl}_2$	99	3,4329	3,45	+0,5
Aceton . . . . .	$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$	58	2,0112	2,0025	-0,4
Zinnchlorid . . . . .	$\text{SnCl}_4$	260	9,0158	9,1997	+2,0
Titanchlorid . . . . .	$\text{TiCl}_4$	192	6,6578	6,836	+2,7
Phenyl . . . . .	$\text{C}_6\text{H}_6$	78	2,7047	2,752	+1,8
Aethyl . . . . .	$\text{C}_4\text{H}_{10}$	58	2,0112	2,0039	-0,4
Essigäther . . . . .	$\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$	88	3,0515	3,060	+0,3
Aether . . . . .	$\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$	74	2,5660	2,586	+0,8
Aethylsulfür . . . . .	$\text{C}_4\text{H}_{10}\text{S}$	90	3,1208	3,138	+0,6
Terpentinöl . . . . .	$\text{C}_{10}\text{H}_{16}$	136	4,7159	4,76	+0,9

Nach den neuesten Angaben besteht die Luft aus 20,81 Volumina Sauerstoff und 79,19 Volumina Stickstoff. Hiernach wurde  $v = 28,8324$ , und es ergäbe sich die Dichte des Sauerstoffs gleich 1,109 86 statt der beobachteten 1,1056. Sie weicht von der letztern um 0,4 Proc., von der in der Tabelle verzeichneten um 0,02 Proc. ab.

Der Werth  $v$  bezeichnet das relative Volumen der Moleculle der Elemente, wenn das Volumen der Gewichtseinheit Luft gleich Eins gesetzt wird.

Da aber das Gewicht von 1 cbm Luft von 0° Celsius und einer Atmosphäre Spannung gleich 1,293 187 kg ist, so beträgt demnach das Volumen  $V$  je eines Moleculs der

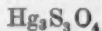
Gase, wenn das Moleculargewicht in Kilogrammen angegeben ist:

$$V = \frac{v}{1,293\,187} = \begin{cases} 22,3002 \text{ cbm wenn } v = 28,8384 \\ 22,2956 \text{ „ „ } v = 28,8324. \end{cases}$$

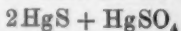
Nimmt man  $v$  entsprechend Fresenius oder Buff-Kopp an, so berechnet sich rückwärts das Volumen des Sauerstoffs in 100 Volumen Luft zu  $x = 21,81$  resp. 22. Ein Fehler von eins pro Mille in  $\frac{1}{v}$  bedingt schon einen Fehler von 3,5 Proc. in  $x$ , weshalb die Bestimmung von  $v$  aus  $x$  sehr genau ist.

### X. Ueber eine Bildungsweise des Hydrargyridsulfidsulfats; von F. Kessler.

Unter den von H. Rose entdeckten Verbindungen des Hydrargyridsulfids mit Hydrargyridsalzen, welchen allgemein die Formel  $2\text{HgS} + \text{HgX}$  zukommt, ist die oben genannte noch nicht in reinem Zustande dargestellt worden. Ihrer Synthese auf nassem Wege aus den nächsten Constituenten steht wohl die leichte Zersetzbarkeit des Hydrargyridsulfats durch Wasser entgegen. Sie bildet sich aber, wenn man die Nitratverbindung  $2\text{HgS} + \text{HgN}_2\text{O}_6$  (die sich durch Eintragen von frisch gefälltem  $\text{HgS}$  in  $\text{HgN}_2\text{O}_6$ -Lösung erhalten lässt) trocken erhitzt. Unter Entwicklung von nitrosen und Quecksilberdämpfen tritt dann eine lebhafte Reaction ein, nach deren Beendigung ein weisser Rückstand hinterbleibt, der auch bei weiter fortgesetztem Erhitzen, soweit er nicht in gasförmige Producte zerfällt, die constante Zusammensetzung:



zeigt, auch zum Theil wieder ebenso sublimirt, und welcher mit Schwefelwasserstoff in Hydrargyridsulfid und Schwefelsäure umgesetzt wird: daher als die Verbindung:



angesehen werden darf.

Bochum, December 1878.

**XI. Bemerkung zu dem Aufsatz:**  
**„Ueber den Einfluss des capillaren Oberflächen-**  
**druckes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit**  
**von Wasserwellen<sup>1)</sup>; von Dr. Franz Koláček.**

In einer mir bisher nicht bekannt gewesenen Abhandlung hat, wie ich nachträglich erfahren habe, Sir William Thomson<sup>2)</sup> bereits den Einfluss der capillaren Oberflächenspannung, jedoch in verschiedener analytischer Behandlung, in Rechnung gezogen. Desgleichen ist mein Vorschlag, die Oberflächenspannung durch stehende Wasserwellen zu bestimmen, nach einer Notiz von Hrn. Prof. Tait als bereits realisirt zu betrachten.<sup>3)</sup>

Brünn, im Jänner 1879.

1) Wied. Ann. V. p. 425. 1878.

2) Phil. Mag. XLII. p. 362. 1871.

3) Proceed. of the Roy. Soc. Edinb. Vol. VIII, p. 485.

**Berichtigungen.**

- Bd. VI. (F. Kohlrausch). S. 11 Z. 1 ist einzuschieben „Ammoniak.“  
 S. 11 Z. 20—22 lies „Kaliumcarbonat“ und „Gerlach“ statt „Ammoniak“ und „Carius“.  
 S. 25 Z. 5 überall „ $k \cdot 10^3$ “ statt „ $k$ “.  
 S. 147 Z. 20 lies „aber und bei“ statt „aber bei“.  
 S. 148 Z. 17 „Molecülzahl“ statt „Molecül“.  
 S. 156 Z. 20 „— 49“ statt „— 29“.  
 S. 157 Z. 26 „805“ statt „764“.  
 S. 175 Z. 8 v. u. vor die Zahlen bei  $n$  vorzusetzen 0.  
 S. 183 Z. 4 einzuschieben „mit  $10^7$  multiplicirt“.  
 (O. Lubarsch). S. 266 Z. 5 v. u. „schwache rothe Streif erst“ statt „starke Streif schon“.

**Adäquen-  
digkeit  
pláček.**

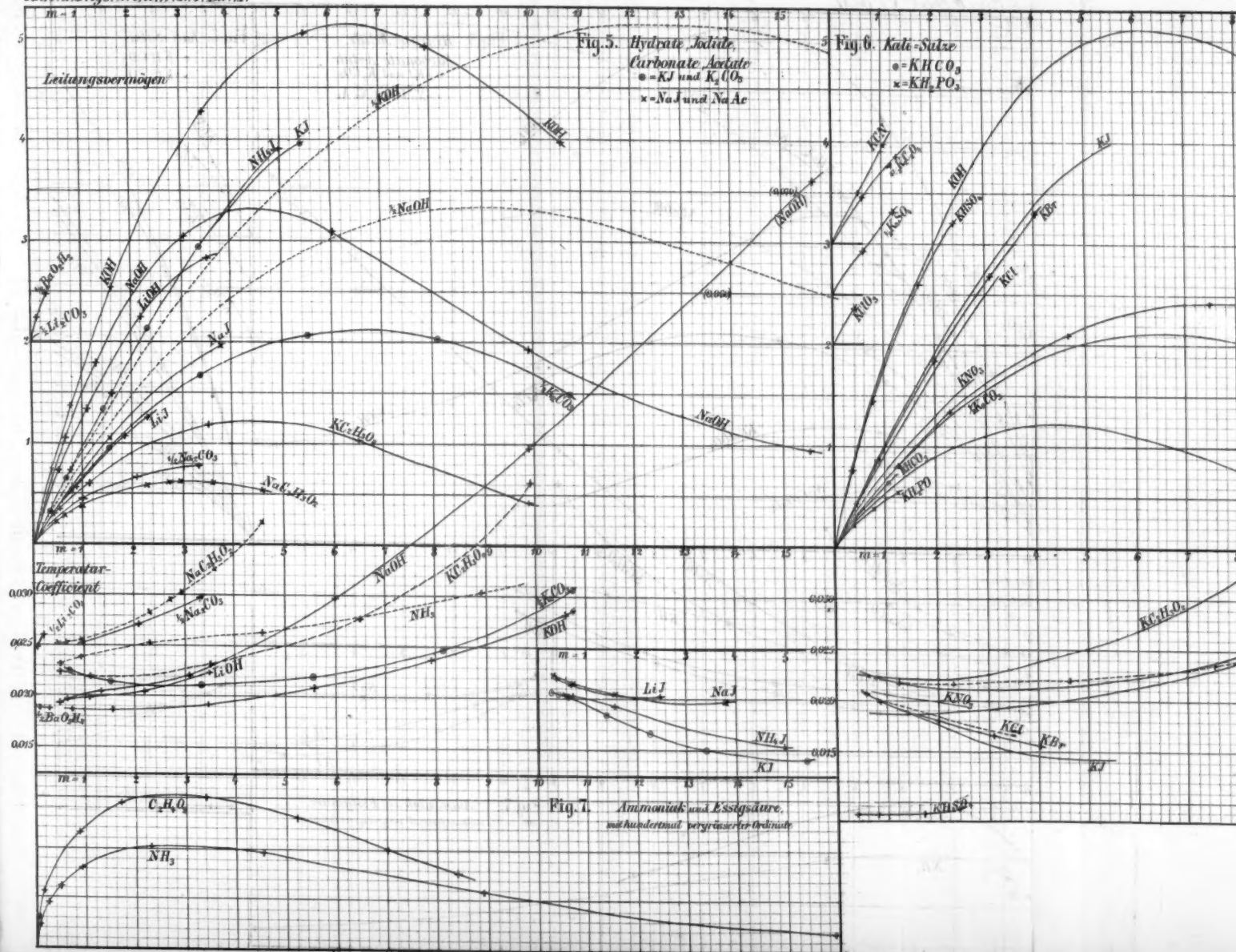
Abhand-  
William  
n Ober-  
cher Be-  
ist mein  
Wasser-  
rof. Tait

Ammoniak.“  
elach“ statt

n 0.

rothe Streif







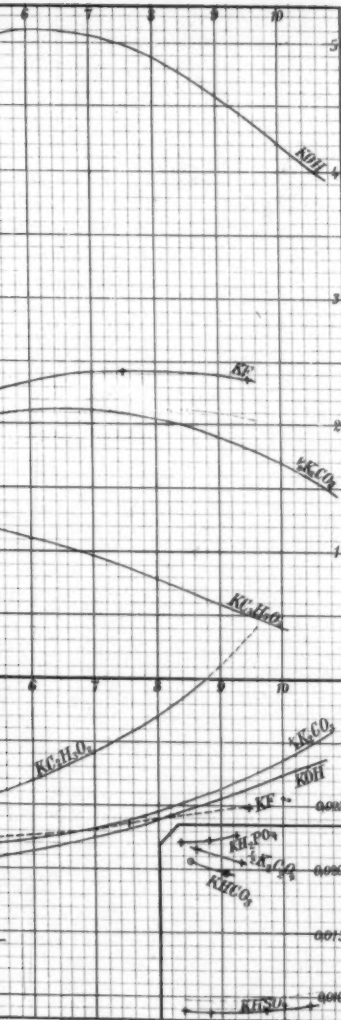


Fig. 1.

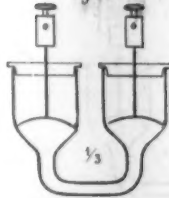


Fig. 2.

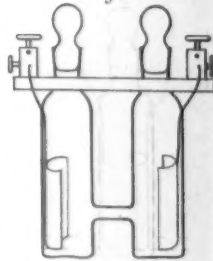


Fig. 3.

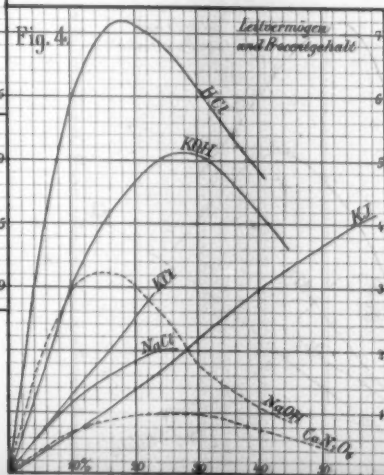


Fig. 4.

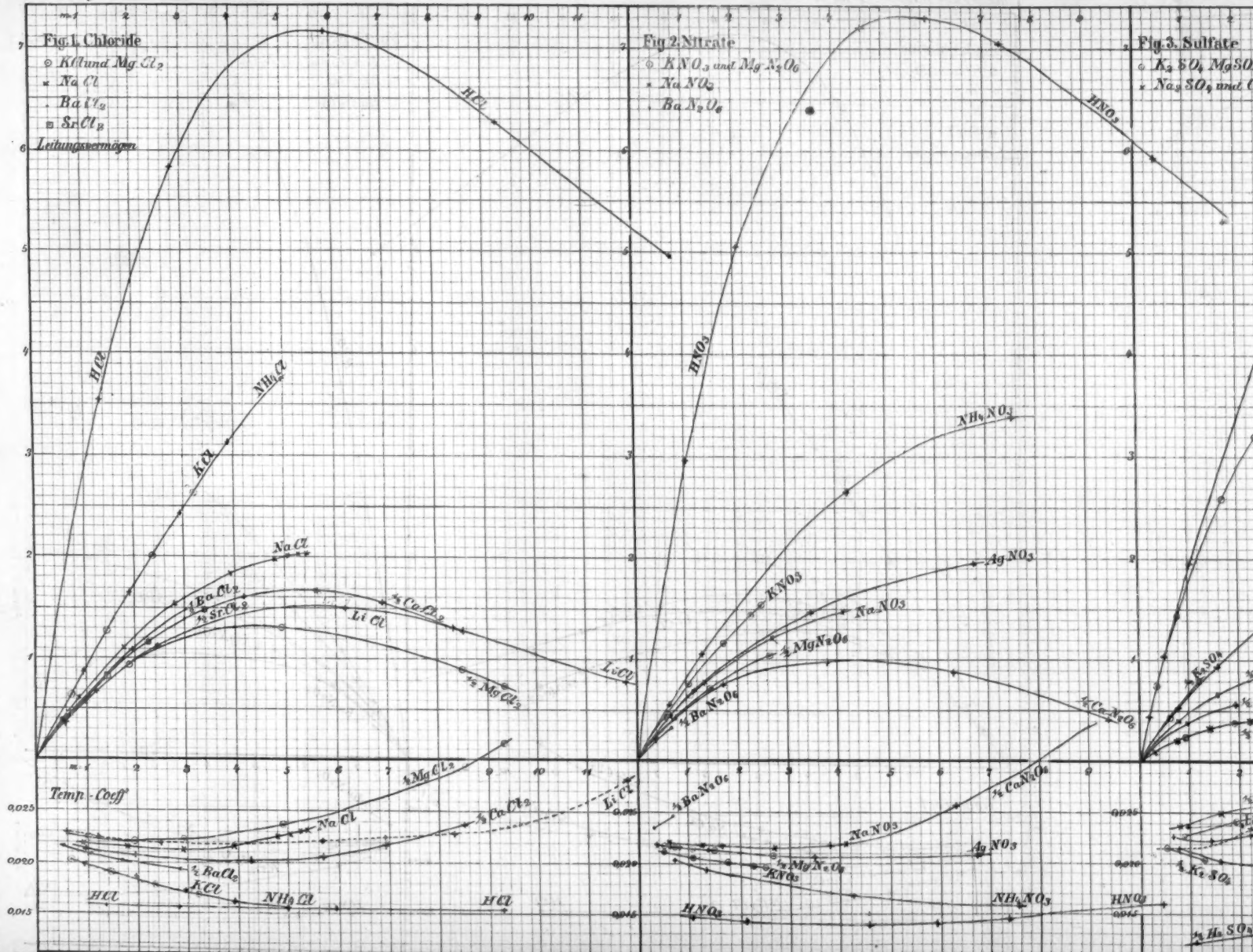
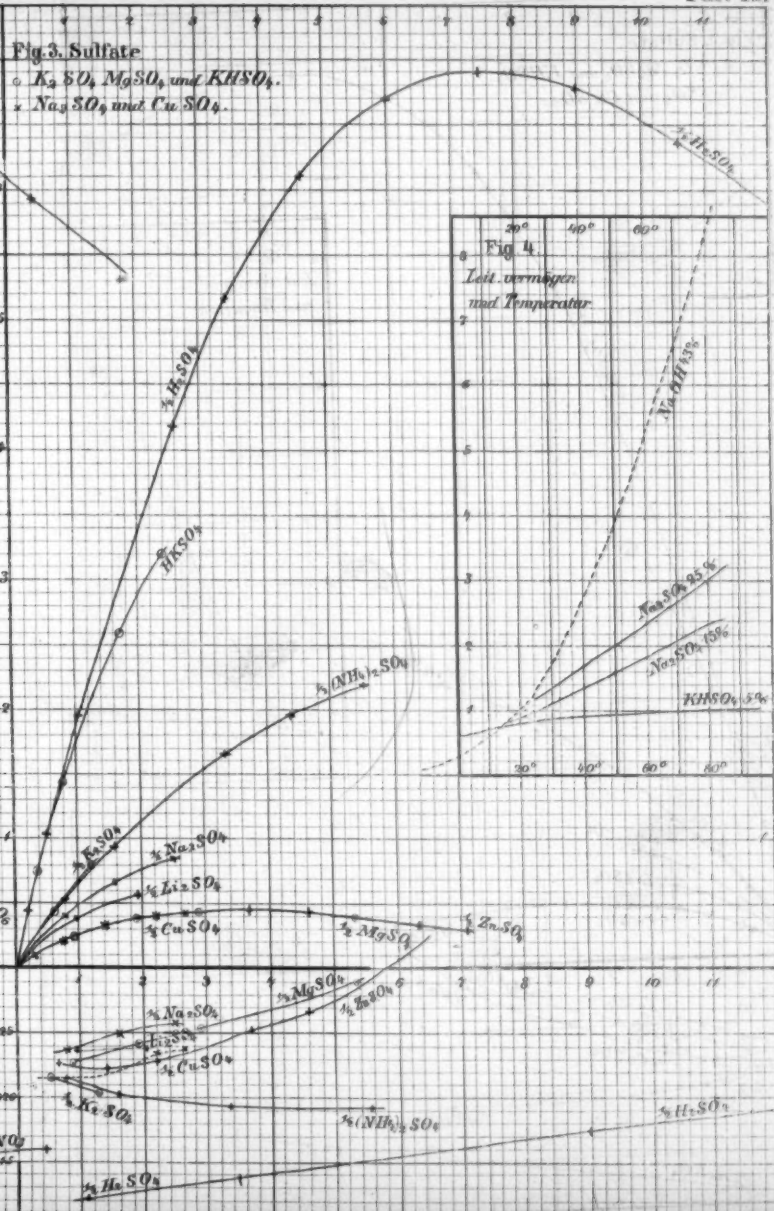
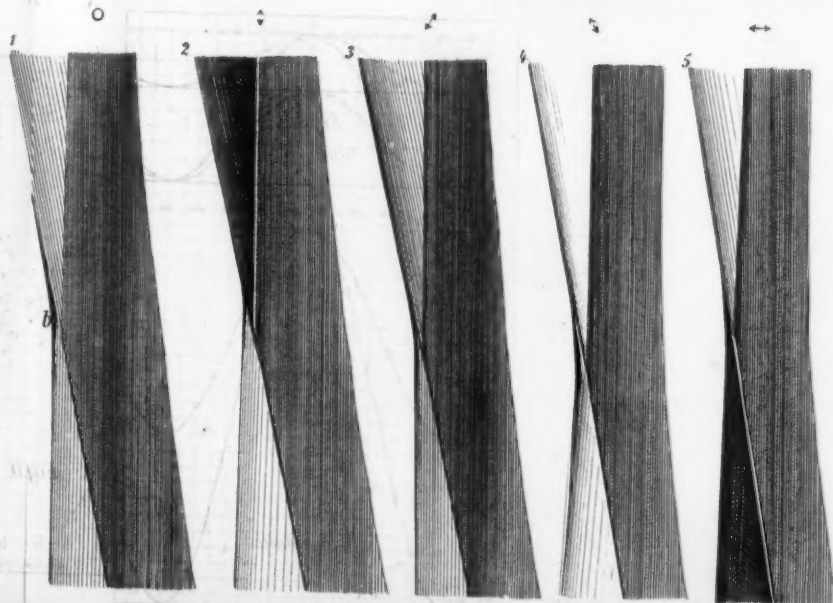
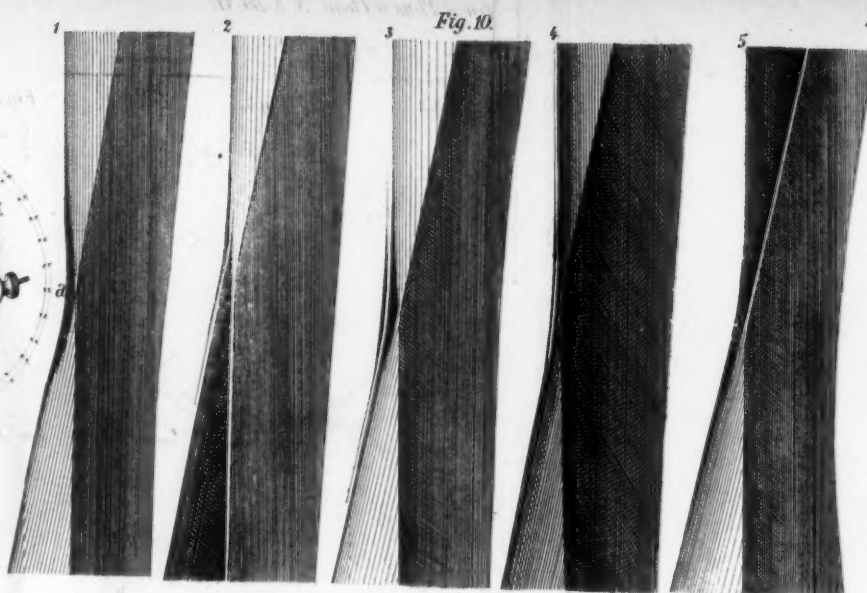
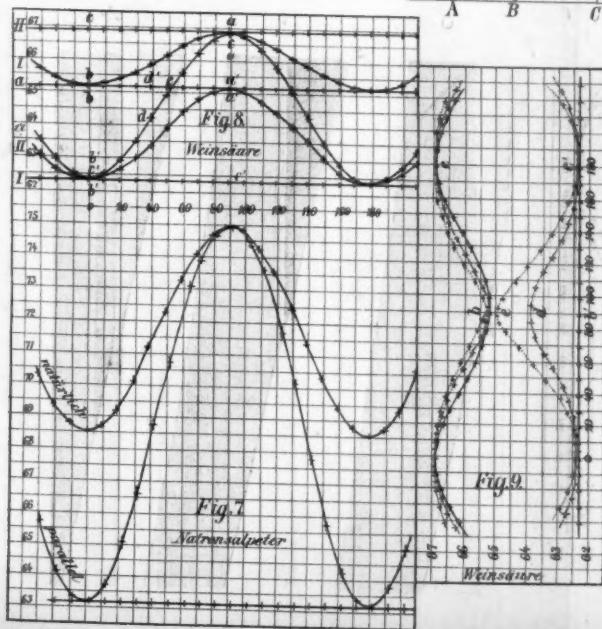
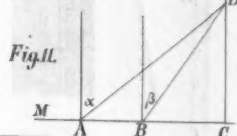
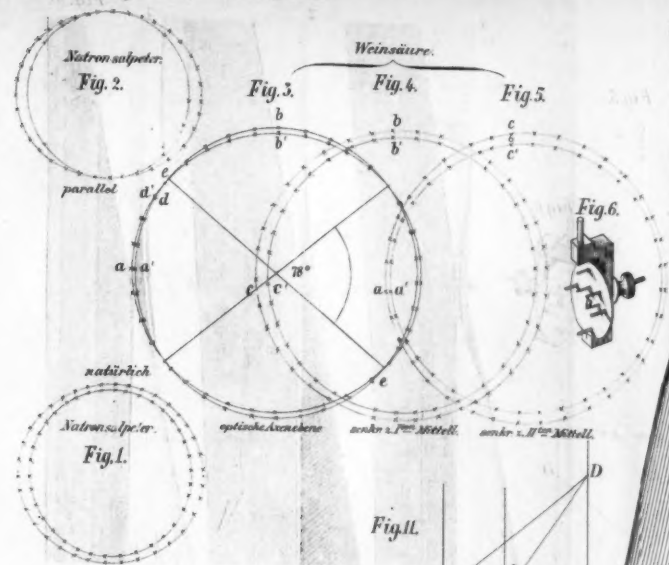


Fig. 3. Sulfate

○  $K_2SO_4$ ,  $MgSO_4$  und  $KHSO_4$ .×  $Na_2SO_4$  und  $CuSO_4$ .



5





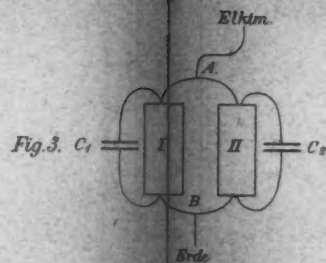
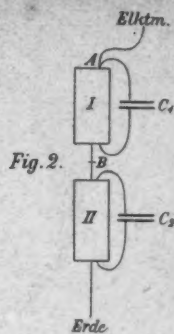
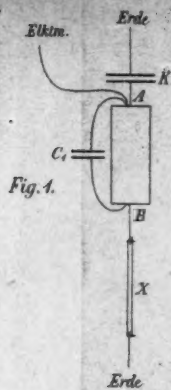


Fig. 7.

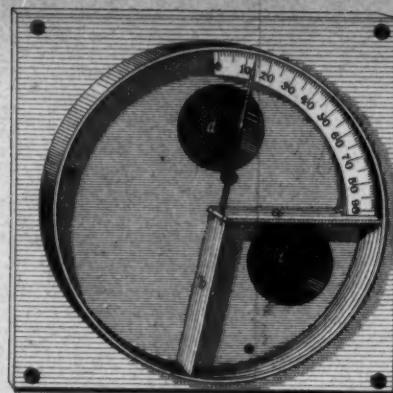


Fig. 4.

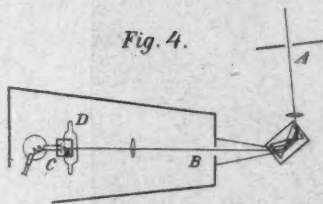


Fig. 8.

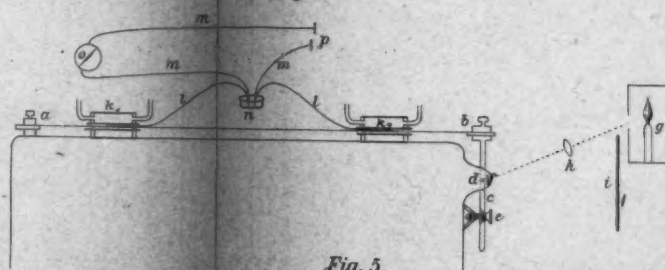


Fig. 5.

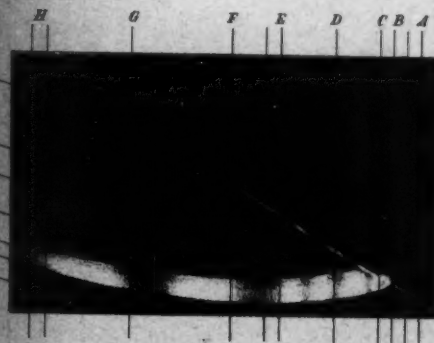


Fig. 9.

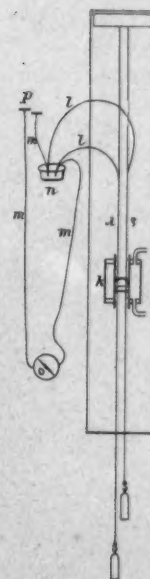


Fig. 10.

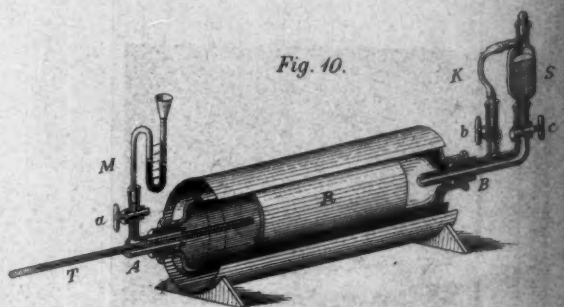


Fig. 6.

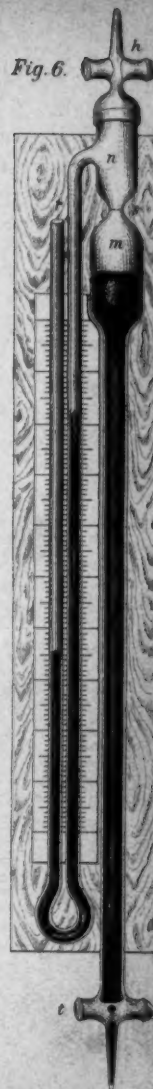


Fig. 6.



Fig. 4.

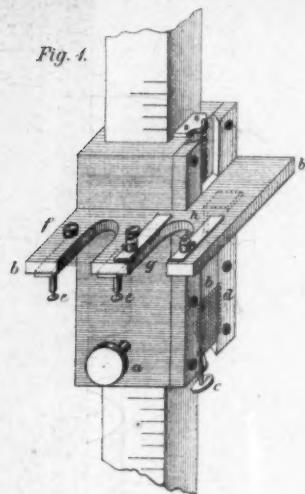


Fig. 3.

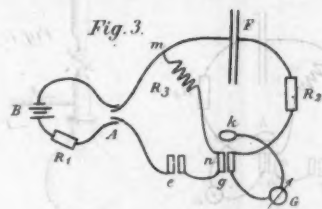


Fig. 7.



Fig. 4.

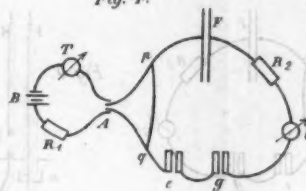


Fig. 9.



Fig. 6.

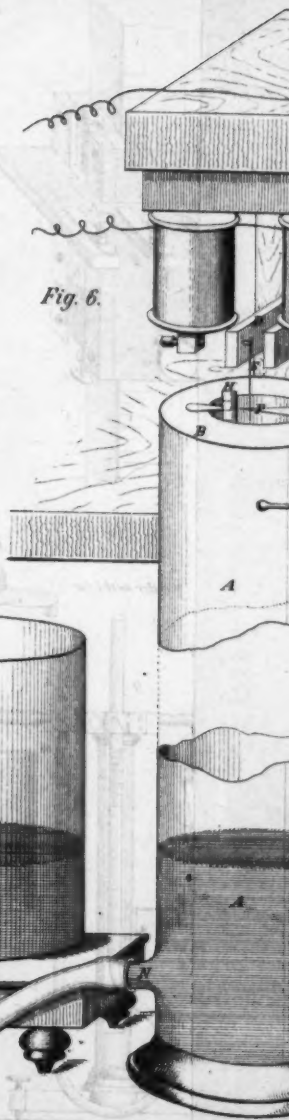


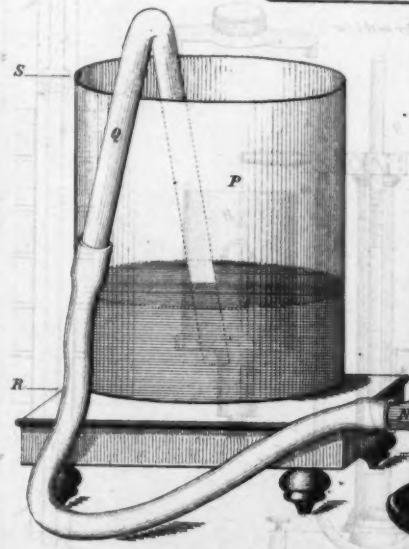
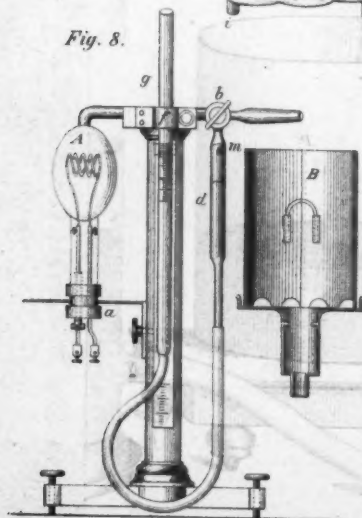
Fig. 2.



Fig. 5.

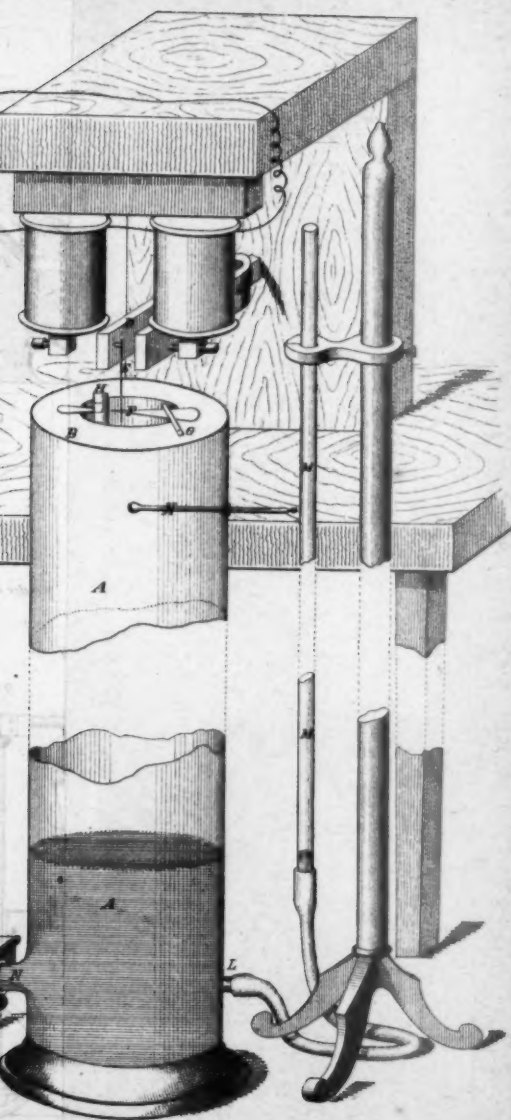


Fig. 8.





Taf. V.



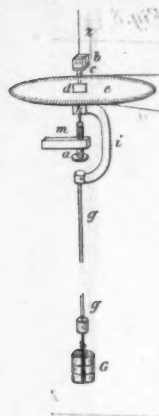
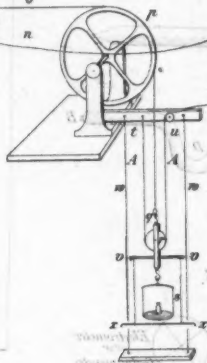
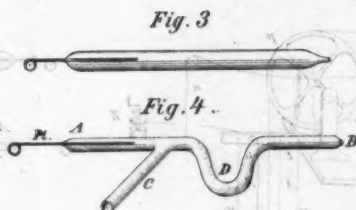
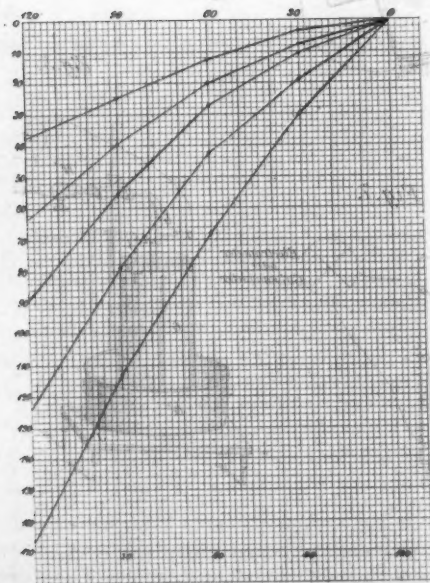


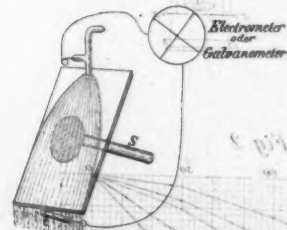
Fig. 1.



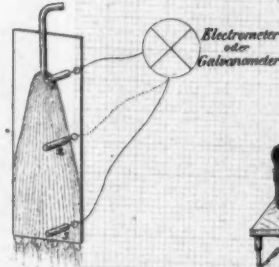
*Fig. 2*



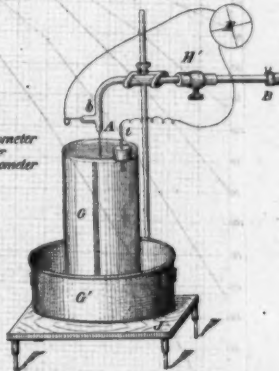
*Fig. 3*



*Fig. 6.*



*Fig. 7.*



*Fig. 5.*



Fig. 8



Fig. 11.  
Potentialcurve

Thalelectrode fest, Bergelectrode beweglich

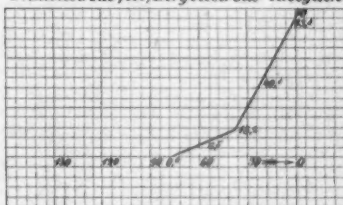


Fig. 12  
Potentialcurve

Bergelectrode fest, Thalelectrode beweglich

